

## Quadratische Prozesse und Normalparabel

### Merke: Quadratische Prozesse und Normalparabel

Wird bei einer Funktion die Variable  $x$  quadriert (z. B.  $f(x) = x^2$  oder  $f(x) = 5x^2$ ), heißt sie **quadratische Funktion**. Ihr Graph ist eine **Parabel**. Der Graph von  $f(x) = x^2$  heißt **Normalparabel**.

1. Wertetabelle:  $x$ -Werte einsetzen und quadrieren. Negative Zahlen in Klammern:  $(-3)^2 = 9$ .
  2. Punkte einzeichnen und zu einer glatten, runden Kurve verbinden – keine geraden Stücke.
  3. Eigenschaften der Normalparabel: Scheitelpunkt  $(0 | 0)$ , symmetrisch zur  $f(x)$ -Achse, nach oben geöffnet, alle Funktionswerte sind  $\geq 0$ .
- Rückwärts gibt es zwei Lösungen: Aus  $f(x) = 9$  folgt  $x = 3$  **oder**  $x = -3$ .

### Beispiele

#### B1 Funktionswerte der Normalparabel

**Aufgabe:** Gegeben ist die Normalparabel  $f(x) = x^2$ . Berechnen Sie  $f(-3)$  und  $f(2,5)$  und geben Sie die zugehörigen Punkte des Graphen an.

**Gegeben:**  $f(x) = x^2$ , die Stellen  $x = -3$  und  $x = 2,5$

**Gesucht:** die Funktionswerte und die Punkte

**Ansatz:**  $x$  in die Funktionsgleichung einsetzen

##### $f(-3)$ berechnen

$$f(x) = x^2 \quad | \quad x = -3 \text{ einsetzen}$$

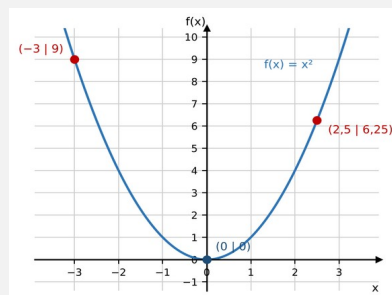
$$f(-3) = (-3)^2 = 9$$

##### $f(2,5)$ berechnen

$$f(x) = x^2 \quad | \quad x = 2,5 \text{ einsetzen}$$

$$f(2,5) = 2,5^2 = 6,25$$

**Antwort:** Die Punkte  $(-3 | 9)$  und  $(2,5 | 6,25)$  liegen auf der Normalparabel.



#### B2 Linear oder quadratisch?

**Aufgabe:** Ein Stein wird fallen gelassen. Gemessen wird der Fallweg  $f(x)$  in Metern nach  $x$  Sekunden:  $f(0) = 0$ ,  $f(1) = 5$ ,  $f(2) = 20$ ,  $f(3) = 45$ . Ist der Zusammenhang linear oder quadratisch? Geben Sie die Funktionsgleichung an.

**Gegeben:** vier Messwerte **Gesucht:** Art des Zusammenhangs und Funktionsgleichung

**Ansatz:** Zuwächse prüfen; wenn nicht konstant:  $f(x) : x^2$  prüfen

##### Zuwächse prüfen

$$\text{Zuwächse} = +5, +15, +25 \quad | \quad \text{nicht konstant, also nicht linear}$$

##### Funktionsgleichung finden

$$f(x) : x^2 = 5 : 1 = 20 : 4 = 45 : 9 = 5 \quad | \quad \text{Quotient konstant}$$

$$f(x) = 5x^2 \quad | \quad \text{Probe: } f(3) = 5 \cdot 9 = 45$$

**Antwort:** Der Zusammenhang ist quadratisch mit  $f(x) = 5x^2$ . Doppelte Zeit bedeutet vierfachen Fallweg.

#### B3 Bremsweg – Sachzusammenhang

**Aufgabe:** Der Bremsweg eines Autos in Metern hängt quadratisch von der Geschwindigkeit  $x$  in km/h ab:  $f(x) = 0,01x^2$ . Wie lang ist der Bremsweg bei 50 km/h? Bei welcher Geschwindigkeit beträgt der Bremsweg 64 m?

**Gegeben:**  $f(x) = 0,01x^2$ ; einmal  $x = 50$ , einmal  $f(x) = 64$  **Gesucht:** a) den Bremsweg, b) die Geschwindigkeit

**Ansatz:** a)  $x$  einsetzen, b)  $f(x)$  gleichsetzen und nach  $x$  auflösen

##### Bremsweg bei 50 km/h

$$f(x) = 0,01x^2 \quad | \quad x = 50 \text{ einsetzen}$$

$$f(50) = 0,01 \cdot 2500 = 25$$

##### Geschwindigkeit bei 64 m Bremsweg

$$f(x) = 0,01x^2 \quad | \quad f(x) = 64 \text{ setzen}$$

$$64 = 0,01x^2 \quad | \quad : 0,01$$

$$6400 = x^2 \quad | \quad \text{Wurzel ziehen}$$

$$x = 80 \text{ oder } x = -80 \quad | \quad -80 \text{ km/h nicht sinnvoll}$$

**Antwort:** Bei 50 km/h beträgt der Bremsweg 25 m. Ein Bremsweg von 64 m gehört zu 80 km/h.

### Mitmachen

a) Gegeben ist  $f(x) = x^2$ . Berechnen Sie  $f(-4)$  und  $f(1,5)$  und geben Sie die Punkte an.

b) Bremsweg  $f(x) = 0,01x^2$  ( $x$  in km/h,  $f(x)$  in m): Wie lang ist der Bremsweg bei 70 km/h? Bei welcher Geschwindigkeit beträgt er 36 m?

# Übungen

**Tipps und Lösungen online:** Scannen Sie den QR-Code. Dort finden Sie zu jeder Aufgabe drei gestufte Tipps (Denkanstoß, Ansatz, Kontrolle) und das Lösungsblatt zum Vergleichen. Lesen Sie immer nur den nächsten Tipp.

[onlineschule.nowackteaching.com/qf11-s01-normalparabel](https://onlineschule.nowackteaching.com/qf11-s01-normalparabel)



★ **1** Berechnen Sie die Funktionswerte der Normalparabel  $f(x) = x^2$ .

- |             |              |
|-------------|--------------|
| a) $f(4)$   | b) $f(-5)$   |
| c) $f(0,5)$ | d) $f(-1,5)$ |

★ **2** Legen Sie für  $f(x) = x^2$  eine Wertetabelle für  $x = -3, -2, -1, -0,5, 0, 0,5, 1, 2, 3$  an. Zeichnen Sie die Normalparabel in ein Koordinatensystem (1 Kästchen = 1 Einheit) und markieren Sie den Scheitelpunkt.

★★ **3** Prüfen Sie rechnerisch, ob die Punkte auf der Normalparabel liegen:  $(3 \mid 9)$ ,  $(-2 \mid -4)$ ,  $(1,5 \mid 2,25)$ ,  $(-4 \mid 16)$ .

★★ **4** Gegeben sind  $f(x) = x^2$  und die lineare Funktion  $g(x) = 2x + 3$ . Berechnen Sie  $f(x)$  und  $g(x)$  für  $x = 1$ ,  $x = 3$  und  $x = -1$ . Was fällt Ihnen bei  $x = 3$  und  $x = -1$  auf? Was bedeutet das für die beiden Graphen?

★★ **5** Ein Stein fällt von einer 45 m hohen Brücke. Sein Fallweg in Metern nach  $x$  Sekunden ist  $f(x) = 5x^2$ . a) Wie weit ist der Stein nach 1 s und nach 2 s gefallen? b) Nach wie vielen Sekunden erreicht er das Wasser? c) Stimmt die Aussage „Doppelte Zeit, doppelter Fallweg“? Begründen Sie.

★★★ **6** Gegeben ist  $f(x) = x^2$ . a) Für welche  $x$  gilt  $f(x) = 49$ ? Erklären Sie, warum es zwei Lösungen gibt. b) Für welche  $x$  gilt  $f(x) = -4$ ? Begründen Sie.

★★★ **7** Ein quadratisches Grundstück mit der Seitenlänge  $x$  m hat den Flächeninhalt  $f(x) = x^2$ . Ein rechteckiges Grundstück mit den Seitenlängen  $x$  m und 6 m hat den Flächeninhalt  $g(x) = 6x$ . a) Berechnen Sie beide Flächeninhalte für  $x = 4$  und  $x = 8$ . b) Für welche Seitenlänge sind beide Grundstücke gleich groß? c) Ab welcher Seitenlänge ist das Quadrat größer?