

Lösungsblatt

Stunde 1 · Quadratische Prozesse und Normalparabel · zur Selbstkontrolle

Mitmachen

a) $f(-4)$ und $f(1,5)$ für $f(x) = x^2$

Gegeben: $f(x) = x^2$, $x = -4$ und $x = 1,5$ **Gesucht:** Funktionswerte und Punkte

Ansatz: x einsetzen

$f(-4)$ berechnen

$$f(x) = x^2$$

| $x = -4$ einsetzen

$$f(-4) = (-4)^2 = 16$$

$f(1,5)$ berechnen

$$f(x) = x^2$$

| $x = 1,5$ einsetzen

$$f(1,5) = 1,5^2 = 2,25$$

Antwort: Die Punkte $(-4 | 16)$ und $(1,5 | 2,25)$ liegen auf der Normalparabel.

b) Bremsweg $f(x) = 0,01x^2$

Gegeben: $f(x) = 0,01x^2$; $x = 70$ bzw. $f(x) = 36$ **Gesucht:** Bremsweg bzw. Geschwindigkeit

Ansatz: einsetzen bzw. gleichsetzen und auflösen

Bremsweg bei 70 km/h

$$f(x) = 0,01x^2$$

| $x = 70$ einsetzen

$$f(70) = 0,01 \cdot 4900 = 49$$

Geschwindigkeit bei 36 m

$$f(x) = 0,01x^2$$

| $f(x) = 36$ setzen

$$36 = 0,01x^2$$

| : 0,01

$$3600 = x^2$$

| Wurzel ziehen

$$x = 60$$

| -60 nicht sinnvoll

Antwort: Bei 70 km/h beträgt der Bremsweg 49 m. 36 m Bremsweg gehören zu 60 km/h.

Übungen

1 Funktionswerte der Normalparabel

Gegeben: $f(x) = x^2$ und vier x -Werte **Gesucht:** die Funktionswerte

Ansatz: x einsetzen, negative Zahlen in Klammern quadrieren

a) $f(4)$

$$f(4) = 4^2 = 16$$

b) $f(-5)$

$$f(-5) = (-5)^2 = 25$$

c) $f(0,5)$

$$f(0,5) = 0,5^2 = 0,25$$

d) $f(-1,5)$

$$f(-1,5) = (-1,5)^2 = 2,25$$

2 Wertetabelle und Normalparabel

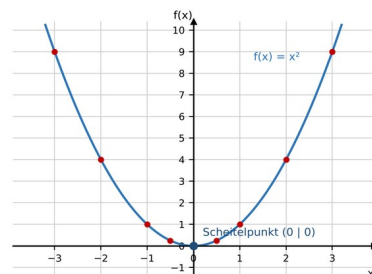
Gegeben: $f(x) = x^2$, neun x -Werte **Gesucht:** Wertetabelle, Graph, Scheitelpunkt

Ansatz: jeden x -Wert einsetzen, Punkte eintragen, glatt verbinden

x : -3 -2 -1 -0,5 0 0,5 1 2 3

$f(x)$: 9 4 1 0,25 0 0,25 1 4 9

Antwort: Der Scheitelpunkt ist $(0 | 0)$. Die Parabel ist symmetrisch zur $f(x)$ -Achse: $f(-2) = f(2) = 4$.



3 Punktprobe

Gegeben: $f(x) = x^2$ und vier Punkte **Gesucht:** liegt der Punkt auf dem Graphen?

Ansatz: x -Wert einsetzen und mit dem angegebenen Funktionswert vergleichen

$$f(3) = 3^2 = 9$$

| $(3 | 9)$ liegt drauf

$$f(1,5) = 1,5^2 = 2,25$$

| $(1,5 | 2,25)$ liegt drauf

$$f(-2) = (-2)^2 = 4 \neq -4$$

| $(-2 | -4)$ nicht

$$f(-4) = (-4)^2 = 16$$

| $(-4 | 16)$ liegt drauf

Antwort: Drei Punkte liegen auf der Normalparabel. $(-2 | -4)$ liegt nicht darauf, weil ein Quadrat nie negativ ist.

4 Parabel und Gerade

Gegeben: $f(x) = x^2$, $g(x) = 2x + 3$; $x = 1, 3, -1$ **Gesucht:** beide Funktionswerte je Stelle, Vergleich

Ansatz: x in beide Gleichungen einsetzen

$$f(1) = 1^2 = 1$$

$$g(1) = 2 \cdot 1 + 3 = 5$$

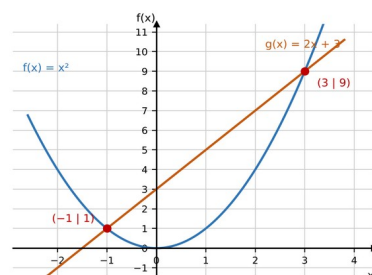
$$f(3) = 3^2 = 9$$

$$g(3) = 2 \cdot 3 + 3 = 9$$

$$f(-1) = (-1)^2 = 1$$

$$g(-1) = -2 + 3 = 1$$

Antwort: Bei $x = 3$ und $x = -1$ haben beide Funktionen denselben Wert. Die Graphen schneiden sich in den Punkten $(3 | 9)$ und $(-1 | 1)$.



5 Stein von der Brücke: $f(x) = 5x^2$ **Gegeben:** $f(x) = 5x^2$ (x in s, $f(x)$ in m), Höhe 45 m **Gesucht:** a) Fallwege, b) Fallzeit, c) Begründung**Ansatz:** a) x einsetzen, b) $f(x) = 45$ setzen und auflösen**a) Fallweg nach 1 s und 2 s**

$$f(x) = 5x^2 \quad | \ x = 1 \text{ einsetzen}$$

$$f(1) = 5 \cdot 1^2 = 5$$

$$f(2) = 5 \cdot 2^2 = 20 \quad | \ x = 2 \text{ einsetzen}$$

b) Zeit bis zum Wasser

$$f(x) = 5x^2 \quad | \ f(x) = 45 \text{ setzen}$$

$$45 = 5x^2 \quad | \ : 5$$

$$9 = x^2 \quad | \ \text{Wurzel ziehen}$$

$$x = 3 \quad | \ -3 \text{ s nicht sinnvoll}$$

Antwort: a) Nach 1 s ist der Stein 5 m, nach 2 s 20 m gefallen. b) Nach 3 s erreicht er das Wasser. c) Die Aussage stimmt nicht: Von 1 s auf 2 s wächst der Fallweg von 5 m auf 20 m, also auf das Vierfache. Bei doppelter Zeit wird x^2 viermal so groß.

6 Rückwärts rechnen**Gegeben:** $f(x) = x^2$; a) $f(x) = 49$, b) $f(x) = -4$ **Gesucht:** alle passenden x -Werte**Ansatz:** Funktionswert gleichsetzen, Wurzel ziehen – beide Vorzeichen**a) $f(x) = 49$**

$$f(x) = x^2 \quad | \ f(x) = 49 \text{ setzen}$$

$$49 = x^2 \quad | \ \text{Wurzel ziehen}$$

$$x = 7 \text{ oder } x = -7$$

Es gibt zwei Lösungen, weil $7^2 = 49$ und $(-7)^2 = 49$ gilt. Am Graphen: Die Normalparabel ist symmetrisch, zur Höhe 49 gehören zwei Punkte $(7 | 49)$ und $(-7 | 49)$.

b) $f(x) = -4$

$f(x) = -4$ hat keine Lösung. Ein Quadrat ist nie negativ, alle Funktionswerte der Normalparabel sind ≥ 0 . Am Graphen: Die Parabel liegt nie unterhalb der x -Achse.

7 Quadrat gegen Rechteck**Gegeben:** $f(x) = x^2$, $g(x) = 6x$; $x = 4$ und $x = 8$ **Gesucht:** a) Flächeninhalte, b) gleiche Fläche, c) ab wann Quadrat größer**Ansatz:** a) einsetzen, b) $f(x) = g(x)$ setzen und auflösen, c) vergleichen**a) Flächeninhalte**

$$f(4) = 4^2 = 16 \quad | \ g(4) = 6 \cdot 4 = 24$$

$$f(8) = 8^2 = 64 \quad | \ g(8) = 6 \cdot 8 = 48$$

Antwort: a) Bei $x = 4$: Quadrat 16 m^2 , Rechteck 24 m^2 . Bei $x = 8$: Quadrat 64 m^2 , Rechteck 48 m^2 . b) Bei 6 m Seitenlänge sind beide 36 m^2 groß. c) Ab einer Seitenlänge von mehr als 6 m ist das Quadrat größer.

b) gleich groß

$$f(x) = g(x) \quad | \ \text{gleichsetzen}$$

$$x^2 = 6x \quad | \ : x \ (x \neq 0)$$

$$x = 6$$

Hinweis für die Lehrkraft

Häufigster Fehler: $(-3)^2$ wird zu -9 gerechnet (fehlende Klammer, Taschenrechner). Erkennbar an negativen Funktionswerten in Aufgabe 1 b/d und an „ $(-2 | -4)$ liegt drauf“ in Aufgabe 3.

Für das Gespräch lohnen sich Aufgabe 4 (Vorgriff auf Schnittpunkte Gerade–Parabel) und Aufgabe 6 (zwei Lösungen bzw. keine Lösung – die Symmetrie am Graphen zeigen).