

Streckung, Stauchung, Spiegelung: $f(x) = a \cdot x^2$

Merke: Streckung, Stauchung, Spiegelung: $f(x) = a \cdot x^2$

Der Graph von $f(x) = a \cdot x^2$ entsteht aus der Normalparabel: Jeder Funktionswert wird mit **a** multipliziert. Der Scheitelpunkt bleibt (0 | 0).

1. $|a| > 1$: **gestreckt** – steiler, wirkt schmaler (z. B. $f(x) = 2x^2$).
2. $0 < |a| < 1$: **gestaucht** – flacher, wirkt breiter (z. B. $f(x) = 0,5x^2$).
3. $a < 0$: an der x-Achse **gespiegelt** – nach unten geöffnet (z. B. $f(x) = -x^2$).

Vorsicht: $a = 2$ macht die Parabel nicht doppelt so breit, sondern doppelt so hoch – also schmaler.

Beispiele

B1 Streckung und Stauchung

Aufgabe: Gegeben sind $f(x) = 2x^2$ und $g(x) = 0,5x^2$. Berechnen Sie $f(2)$ und $g(2)$, vergleichen Sie mit der Normalparabel und beschreiben Sie die Graphen.

Gegeben: $f(x) = 2x^2$, $g(x) = 0,5x^2$, $x = 2$ **Gesucht:** Funktionswerte und Form der Parabeln

Ansatz: x einsetzen, mit $x^2 = 4$ vergleichen

$f(2)$ berechnen:

$$f(x) = 2x^2 \quad | x = 2 \text{ einsetzen}$$

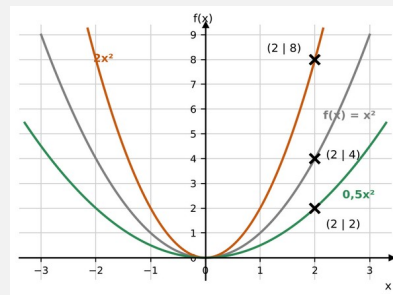
$$f(2) = 2 \cdot 2^2 = 2 \cdot 4 = 8$$

$g(2)$ berechnen:

$$g(x) = 0,5x^2 \quad | x = 2 \text{ einsetzen}$$

$$g(2) = 0,5 \cdot 4 = 2$$

Antwort: Normalparabel: 4. f: doppelter Wert 8 → gestreckt, schmaler. g: halber Wert 2 → gestaucht, breiter.



B2 Wertetabelle anlegen und Graph zeichnen

Aufgabe: Gegeben ist $f(x) = -0,5x^2$. Legen Sie eine Wertetabelle für $x = -4, -2, 0, 2, 4$ an und zeichnen Sie den Graphen.

Gegeben: $f(x) = -0,5x^2$; $x = -4, -2, 0, 2, 4$ **Gesucht:** Wertetabelle und Graph

Ansatz: x einsetzen (erst quadrieren, dann mit a multiplizieren); Punkte als Kreuze eintragen und glatt verbinden

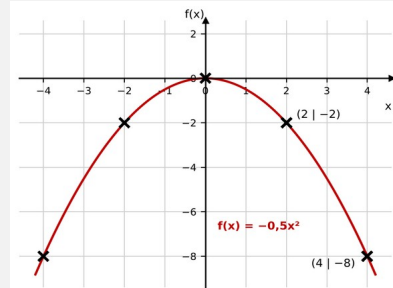
Wertetabelle anlegen:

x	-4	-2	0	2	4
f(x)	-8	-2	0	-2	-8

$$\text{z. B. } f(-4) = -0,5 \cdot (-4)^2 = -0,5 \cdot 16 = -8$$

Graph zeichnen:

Die fünf Punkte (x | f(x)) als Kreuze eintragen – (-4 | -8), (-2 | -2), (0 | 0), (2 | -2), (4 | -8) – und mit einer glatten Kurve verbinden, nie mit Geraden.



Antwort: Alle Funktionswerte sind negativ: Der Graph ist nach unten geöffnet ($a < 0$) und gestaucht ($|a| = 0,5 < 1$); der Scheitelpunkt bleibt (0 | 0).

B3 Halfpipe – den Faktor a bestimmen

Aufgabe: Der Querschnitt einer Halfpipe ist die Parabel $f(x) = 0,25x^2$ (x und f(x) in Metern).

a) Wie hoch ist der Rand bei $x = 4$ m?

b) Eine flachere Halfpipe soll bei $x = 4$ m nur 2 m hoch sein. Welchen Faktor a hat ihre Gleichung $g(x) = a \cdot x^2$?

Gegeben: $f(x) = 0,25x^2$; für b) der Punkt (4 | 2) **Gesucht:** a) Höhe am Rand, b) den Faktor a

Ansatz: a) x einsetzen, b) Punkt in $g(x) = a \cdot x^2$ einsetzen und nach a auflösen

a) Höhe bei $x = 4$ m:

$$f(x) = 0,25x^2 \quad | x = 4 \text{ einsetzen}$$

$$f(4) = 0,25 \cdot 16 = 4$$

b) Faktor a aus dem Punkt (4 | 2):

$$g(x) = a \cdot x^2 \quad | (4 | 2) \text{ einsetzen}$$

$$2 = a \cdot 16 \quad | : 16$$

$$a = 0,125$$

Antwort: a) Der Rand ist 4 m hoch. b) Die flachere Halfpipe hat die Gleichung $g(x) = 0,125x^2$.

Mitmachen

a) Gegeben ist $f(x) = 3x^2$. Berechnen Sie $f(-2)$, $f(1)$ und $f(2)$. Ist der Graph gestreckt oder gestaucht?

b) Gegeben ist $g(x) = -0,25x^2$. Berechnen Sie $g(4)$ und $g(-2)$. Wohin ist der Graph geöffnet?

Übungen

Tipps und Lösungen online: Scannen Sie den QR-Code. Dort finden Sie zu jeder Aufgabe drei gestufte Tipps (Denkanstoß, Ansatz, Kontrolle) und das Lösungsblatt zum Vergleichen. Lesen Sie immer nur den nächsten Tipp.

onlineschule.nowackteaching.com/qf11-s02-streckung-stauchung



★ 1 Berechnen Sie die Funktionswerte.

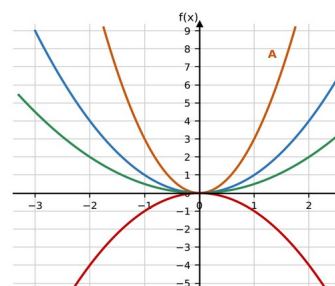
a) $f(x) = 4x^2$: $f(2)$

b) $f(x) = 4x^2$: $f(-1)$

c) $f(x) = 4x^2$: $f(0,5)$

d) $g(x) = -2x^2$: $g(3)$

★ 2 Ordnen Sie den Graphen A bis D die passende Gleichung zu und begründen Sie kurz: $f(x) = x^2$, $g(x) = 3x^2$, $h(x) = 0,5x^2$, $k(x) = -x^2$.



★★ 3 Gegeben sind $f(x) = 0,5x^2$ und $g(x) = -0,5x^2$.

a) Legen Sie für beide Funktionen eine Wertetabelle für $x = -4, -2, 0, 2, 4$ an.

b) Zeichnen Sie beide Graphen in ein Koordinatensystem.

c) Wie liegen die Graphen zueinander?

★★ 4 Prüfen Sie rechnerisch, ob der Punkt auf dem Graphen liegt.

a) $(3 | 18)$ auf $f(x) = 2x^2$

b) $(-2 | 1)$ auf $g(x) = -0,25x^2$

c) $(4 | -8)$ auf $h(x) = -0,5x^2$

★★ 5 Der Querschnitt einer Satellitenschüssel ist eine Parabel mit $f(x) = 0,02x^2$ (x und $f(x)$ in cm). Die Schüssel ist 60 cm breit; ihr tiefster Punkt liegt bei $(0 | 0)$.

a) Fertigen Sie eine Skizze an: Parabel, tiefster Punkt, beide Ränder. Tragen Sie ein, was gesucht ist.

b) Wie hoch liegt der Rand ($x = 30$) über dem tiefsten Punkt?

c) Wie hoch liegt die Schüssel bei $x = 15$ über dem tiefsten Punkt?

d) Vergleichen Sie b) und c): Was passiert mit der Höhe, wenn sich der Abstand zur Mitte halbiert?

★★★ 6 Eine Parabel hat die Gleichung $f(x) = a \cdot x^2$.

a) Sie verläuft durch den Punkt $(2 | 10)$. Bestimmen Sie a .

b) Eine zweite Parabel $g(x) = a \cdot x^2$ verläuft durch $(-3 | -3)$. Bestimmen Sie a und begründen Sie ohne Zeichnung, wie der Graph geöffnet ist.