

Lösungsblatt

Stunde 2 · Streckung, Stauchung, Spiegelung: $f(x) = a \cdot x^2$ · zur Selbstkontrolle

Mitmachen

a) $f(x) = 3x^2$

Gegeben: $f(x) = 3x^2$; $x = -2, 1, 2$ **Gesucht:** Funktionswerte, Form

Ansatz: x einsetzen, mit der Normalparabel vergleichen

$$f(x) = 3x^2$$

| $x = -2$ einsetzen

$$f(-2) = 3 \cdot 4 = 12$$

$$f(1) = 3 \cdot 1 = 3$$

| $x = 1$ einsetzen

$$f(2) = 3 \cdot 4 = 12$$

| $x = 2$ einsetzen

Antwort: Die Werte sind dreimal so groß wie bei der Normalparabel ($4 \rightarrow 12, 1 \rightarrow 3$): Der Graph ist gestreckt, also schmaler.

b) $g(x) = -0,25x^2$

Gegeben: $g(x) = -0,25x^2$; $x = 4$ und $x = -2$ **Gesucht:** Funktionswerte, Öffnung

Ansatz: x einsetzen, Vorzeichen von a beachten

$$g(x) = -0,25x^2$$

| $x = 4$ einsetzen

$$g(4) = -0,25 \cdot 16 = -4$$

$$g(-2) = -0,25 \cdot 4 = -1$$

| $x = -2$ einsetzen

Antwort: Alle Werte sind negativ: Der Graph ist nach unten geöffnet ($a < 0$) und gestaucht ($|a| = 0,25 < 1$).

Übungen

1 Funktionswerte

Gegeben: $f(x) = 4x^2$, $g(x) = -2x^2$ **Gesucht:** die Funktionswerte

Ansatz: x einsetzen: erst quadrieren, dann mit a multiplizieren

a) $f(2)$

$$f(2) = 4 \cdot 2^2 = 4 \cdot 4 = 16$$

c) $f(0,5)$

$$f(0,5) = 4 \cdot 0,25 = 1$$

b) $f(-1)$

$$f(-1) = 4 \cdot (-1)^2 = 4 \cdot 1 = 4$$

d) $g(3)$

$$g(3) = -2 \cdot 9 = -18$$

2 Graphen zuordnen

Gegeben: vier Graphen A–D, vier Gleichungen **Gesucht:** die Zuordnung

Ansatz: Öffnung (Vorzeichen von a) und Steilheit ($|a|$) vergleichen

A: $g(x) = 3x^2$ – am steilsten, $|a|$ am größten.

B: $f(x) = x^2$ – die Normalparabel, durch $(1 | 1)$.

C: $h(x) = 0,5x^2$ – am flachsten, $0 < a < 1$.

D: $k(x) = -x^2$ – nach unten geöffnet, $a < 0$.

Antwort: A $\leftrightarrow 3x^2$, B $\leftrightarrow x^2$, C $\leftrightarrow 0,5x^2$, D $\leftrightarrow -x^2$. Probe mit $x = 2$: A hat 12, B hat 4, C hat 2, D hat -4.

3 Wertetabelle und Zeichnung

Gegeben: $f(x) = 0,5x^2$, $g(x) = -0,5x^2$; $x = -4, -2, 0, 2, 4$ **Gesucht:** Wertetabellen, Graphen, Lage

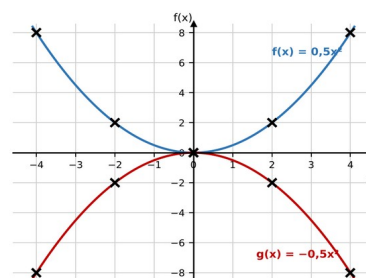
Ansatz: x einsetzen; $g(x) = -f(x)$

$$x: \quad -4 \quad -2 \quad 0 \quad 2 \quad 4$$

$$f(x): \quad 8 \quad 2 \quad 0 \quad 2 \quad 8$$

$$g(x): \quad -8 \quad -2 \quad 0 \quad -2 \quad -8$$

Antwort: Jeder Wert von g ist das Negative von f . Die Graphen sind Spiegelbilder voneinander an der x -Achse; beide haben den Scheitelpunkt $(0 | 0)$.



4 Punktprobe

Gegeben: drei Punkte und drei Funktionen **Gesucht:** liegt der Punkt auf dem Graphen?

Ansatz: x -Wert einsetzen, mit dem Funktionswert des Punktes vergleichen

a) $(3 | 18)$ auf $f(x) = 2x^2$:

$$f(x) = 2x^2$$

| $x = 3$ einsetzen

$$f(3) = 2 \cdot 9 = 18$$

| $= 18$, liegt drauf

b) $(-2 | 1)$ auf $g(x) = -0,25x^2$:

$$g(x) = -0,25x^2$$

| $x = -2$ einsetzen

$$g(-2) = -0,25 \cdot 4 = -1$$

| $\neq 1$, liegt nicht drauf

c) $(4 | -8)$ auf $h(x) = -0,5x^2$:

$$h(x) = -0,5x^2$$

| $x = 4$ einsetzen

$$h(4) = -0,5 \cdot 16 = -8$$

| $= -8$, liegt drauf

Antwort: a) ja, b) nein – der Graph von g liegt unterhalb der x -Achse, ein Punkt mit positivem Funktionswert kann nicht darauf liegen, c) ja.

5 Satellitenschüssel: $f(x) = 0,02x^2$

Gegeben: $f(x) = 0,02x^2$ ($x, f(x)$ in cm), Breite 60 cm, tiefster Punkt (0 | 0) **Gesucht:** a) Skizze, b) Höhe bei $x = 30$, c) Höhe bei $x = 15$, d) Vergleich

Ansatz: Skizze mit Rand und gesuchten Höhen; dann x einsetzen

a) Skizze:

Parabel nach oben geöffnet, Scheitel (0 | 0), Ränder bei $x = -30$ und $x = 30$. Gesucht sind die Höhen über dem tiefsten Punkt, also die Funktionswerte $f(30)$ und $f(15)$.

b) Höhe am Rand:

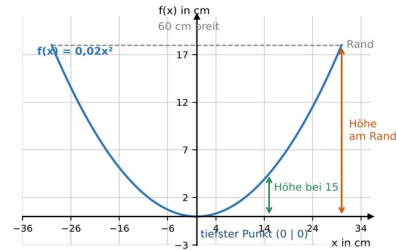
$$f(x) = 0,02x^2 \quad | \ x = 30 \text{ einsetzen}$$

$$f(30) = 0,02 \cdot 900 = 18$$

c) Höhe bei $x = 15$:

$$f(x) = 0,02x^2 \quad | \ x = 15 \text{ einsetzen}$$

$$f(15) = 0,02 \cdot 225 = 4,5$$



Antwort: b) Der Rand liegt 18 cm über dem tiefsten Punkt.
 c) Bei $x = 15$ liegt die Schüssel 4,5 cm hoch.
 d) $18 : 4,5 = 4$. Halber Abstand zur Mitte bedeutet ein Viertel der Höhe – weil x quadriert wird: $(\frac{1}{2})^2 = \frac{1}{4}$.

6 Faktor a bestimmen

Gegeben: $f(x) = a \cdot x^2$ durch (2 | 10); $g(x) = a \cdot x^2$ durch (-3 | -3) **Gesucht:** jeweils a ; Öffnung von g

Ansatz: Punkt einsetzen, nach a auflösen

a) Punkt (2 | 10):

$$f(x) = a \cdot x^2 \quad | \ (2 \mid 10) \text{ einsetzen}$$

$$10 = a \cdot 4 \quad | \ : 4$$

$$a = 2,5$$

b) Punkt (-3 | -3):

$$g(x) = a \cdot x^2 \quad | \ (-3 \mid -3) \text{ einsetzen}$$

$$-3 = a \cdot 9 \quad | \ : 9$$

$$a = - \approx -0,33$$

Antwort: a) $f(x) = 2,5x^2$. b) $g(x) = -\frac{1}{3}x^2$; a ist negativ, also ist der Graph nach unten geöffnet, und wegen $|a| < 1$ gestaucht.