

Lösungsblatt

Stunde 3 · Verschiebung und Scheitelpunktform: $f(x) = a(x - d)^2 + e$ · zur Selbstkontrolle

Mitmachen

a) $f(x) = (x - 4)^2 - 1$

Gegeben: $f(x) = (x - 4)^2 - 1$ **Gesucht:** Scheitelpunkt, Verschiebung, $f(2)$

Ansatz: d und e ablesen; x = 2 einsetzen

Scheitelpunkt ablesen:

$$f(x) = (x - 4)^2 - 1 \Rightarrow d = 4 \text{ und } e = -1 \Rightarrow S(4 \mid -1)$$

f(2) berechnen:

$$f(x) = (x - 4)^2 - 1 \quad | x = 2 \text{ einsetzen}$$

$$f(2) = (2 - 4)^2 - 1$$

$$= 4 - 1 = 3$$

Antwort: $S(4 \mid -1)$: 4 nach rechts, 1 nach unten. $f(2) = 3$.

b) $g(x) = -2(x + 1)^2 + 3$

Gegeben: $g(x) = -2(x + 1)^2 + 3$ **Gesucht:** Scheitelpunkt, Öffnung, $g(0)$

Ansatz: d und e ablesen; x = 0 einsetzen

Scheitelpunkt ablesen:

$$g(x) = -2(x + 1)^2 + 3 \Rightarrow d = -1 \text{ und } e = 3 \Rightarrow S(-1 \mid 3)$$

g(0) berechnen:

$$g(x) = -2(x + 1)^2 + 3 \quad | x = 0 \text{ einsetzen}$$

$$g(0) = -2 \cdot (0 + 1)^2 + 3$$

$$= -2 + 3 = 1$$

Antwort: $S(-1 \mid 3)$; $a = -2 < 0$: nach unten geöffnet und gestreckt. $g(0) = 1$.

Übungen

1 Scheitelpunkt und Öffnung

Gegeben: vier Gleichungen in Scheitelpunktform **Gesucht:** Scheitelpunkt $S(d \mid e)$, Öffnung

Ansatz: d und e ablesen; Vorzeichen von a

a) $d = 5$ und $e = 2 \Rightarrow S(5 \mid 2)$, nach oben geöffnet

b) $d = -4$ und $e = -3 \Rightarrow S(-4 \mid -3)$, nach oben geöffnet

c) $d = 0$ und $e = -6 \Rightarrow S(0 \mid -6)$, nach oben geöffnet

d) $d = 1$ und $e = 0 \Rightarrow S(1 \mid 0)$, nach unten geöffnet (gestreckt)

2 Gleichung aufstellen

Gegeben: Verschiebungen bzw. Scheitelpunkt und a **Gesucht:** Gleichung in Scheitelpunktform

Ansatz: $f(x) = a(x - d)^2 + e$, d und e aus der Verschiebung

a) 3 nach rechts, 2 nach oben:

$$f(x) = (x - d)^2 + e \quad | d = 3, e = 2$$

$$f(x) = (x - 3)^2 + 2$$

b) 1 nach links, 4 nach unten:

$$f(x) = (x - d)^2 + e \quad | d = -1, e = -4$$

$$f(x) = (x + 1)^2 - 4$$

c) $S(-2 \mid 5)$, $a = -0,5$:

$$f(x) = a(x - d)^2 + e \quad | a, d, e \text{ einsetzen}$$

$$f(x) = -0,5(x + 2)^2 + 5$$

Antwort: a) $f(x) = (x - 3)^2 + 2$; b) $f(x) = (x + 1)^2 - 4$; c)

$$f(x) = -0,5(x + 2)^2 + 5.$$

3 Graphen zuordnen

Gegeben: vier Graphen A–D, vier Gleichungen **Gesucht:** die Zuordnung

Ansatz: S jeder Gleichung ablesen und im Bild suchen

A: $g(x) = (x - 2)^2 - 3$ ($S(2 \mid -3)$)

B: $k(x) = (x + 1)^2 - 3$ ($S(-1 \mid -3)$)

C: $f(x) = -(x - 1)^2 + 4$ ($S(1 \mid 4)$), nach unten geöffnet.

D: $h(x) = 0,5(x + 2)^2 + 1$ ($S(-2 \mid 1)$), gestaucht.

Antwort: A $\leftrightarrow$ g, B $\leftrightarrow$ k, C $\leftrightarrow$ f, D $\leftrightarrow$ h. Jeder Graph hat einen anderen Scheitelpunkt – der Scheitelpunkt allein entscheidet hier.

4 Wertetabelle und Zeichnung

Gegeben: $f(x) = (x + 2)^2 - 4$; $x = -4$; ...; 0 **Gesucht:** Wertetabelle, Graph, Symmetrieachse, Schnittpunkte mit der x-Achse

Ansatz: x einsetzen; $S(-2 \mid -4)$

f(-3) berechnen:

$$f(x) = (x + 2)^2 - 4 \quad | x = -3 \text{ einsetzen}$$

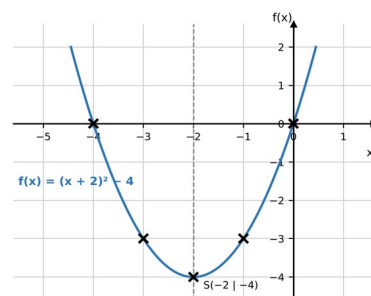
$$f(-3) = (-3 + 2)^2 - 4$$

$$= 1 - 4 = -3$$

$$x: -4 \quad -3 \quad -2 \quad -1 \quad 0$$

$$f(x): 0 \quad -3 \quad -4 \quad -3 \quad 0$$

Antwort: Symmetrieachse $x = -2$. Schnittpunkte mit der x-Achse: $(-4 \mid 0)$ und $(0 \mid 0)$.



5 Torbogen: $f(x) = -0,25(x - 4)^2 + 4$

Gegeben: $f(x) = -0,25(x - 4)^2 + 4$ ($x, f(x)$ in m), Transporter 2 m breit, 2,5 m hoch **Gesucht:** a) Skizze, b) größte Höhe, c) $f(1)$, d) passt der Transporter?

Ansatz: S ablesen; x einsetzen; mittig heißt von $x = 3$ bis $x = 5$

b) Scheitelpunkt ablesen:

$$f(x) = -0,25(x - 4)^2 + 4 \Rightarrow d = 4 \text{ und } e = 4 \Rightarrow S(4 | 4)$$

c) $f(1)$ berechnen:

$$f(x) = -0,25(x - 4)^2 + 4 \quad | x = 1 \text{ einsetzen}$$

$$f(1) = -0,25 \cdot (1 - 4)^2 + 4$$

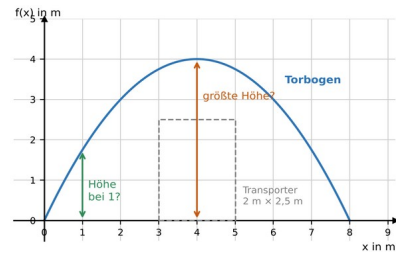
$$= -0,25 \cdot 9 + 4 = -2,25 + 4 = 1,75$$

d) $f(3)$ berechnen:

$$f(x) = -0,25(x - 4)^2 + 4 \quad | x = 3 \text{ einsetzen}$$

$$f(3) = -0,25 \cdot (3 - 4)^2 + 4$$

$$= -0,25 \cdot 1 + 4 = -0,25 + 4 = 3,75$$



Antwort: b) $S(4 | 4)$: höchstens 4 m hoch, 4 m vom linken Fußpunkt entfernt. c) 1 m vom Fußpunkt ist der Bogen 1,75 m hoch.

d) Der Transporter reicht von $x = 3$ bis $x = 5$. Dort ist der Bogen 3,75 m hoch (symmetrisch: $f(5) = f(3)$), also höher als 2,5 m – er passt durch.

6 Parabel verschieben

Gegeben: $f(x) = 2(x - 1)^2 + 3$; 4 nach links, 5 nach unten; Punkt $(-2 | 0)$ **Gesucht:** a) Gleichung von g , b) Punktprobe

Ansatz: neuer Scheitelpunkt aus $S(1 | 3)$: $d = 1 - 4$, $e = 3 - 5$; a bleibt

a) neuen Scheitelpunkt bestimmen:

$$d = 1 - 4 = -3 \quad | 4 \text{ nach links}$$

$$e = 3 - 5 = -2 \quad | 5 \text{ nach unten}$$

$$g(x) = 2(x + 3)^2 - 2 \quad | a = 2 \text{ bleibt}$$

b) Punktprobe $(-2 | 0)$:

$$g(x) = 2(x + 3)^2 - 2 \quad | x = -2 \text{ einsetzen}$$

$$g(-2) = 2 \cdot (-2 + 3)^2 - 2$$

$$= 2 \cdot 1 - 2 = 0 \quad | \text{liegt drauf}$$

Antwort: a) Neuer Scheitelpunkt $S(-3 | -2)$,

$g(x) = 2(x + 3)^2 - 2$. b) Ja, $(-2 | 0)$ liegt auf dem Graphen von g .