

Lösungsblatt

Stunde 4 · Binomische Formeln: von der Scheitelpunktform zur Normalform · zur Selbstkontrolle

Merkkasten

1. $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$; $(x + 3)^2 = x^2 + 6x + 9$
 2. $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$; $(x - 3)^2 = x^2 - 6x + 9$

3. $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$; $(x + 3)(x - 3) = x^2 - 9$

Mitmachen

a) $f(x) = (x + 2)^2 - 1$

Gegeben: $f(x) = (x + 2)^2 - 1$ **Gesucht:** Normalform

Ansatz: 1. binomische Formel, zusammenfassen

$$\begin{aligned} f(x) &= (x + 2)^2 - 1 && | \text{1. binomische Formel} \\ &= x^2 + 4x + 4 - 1 && | \text{zusammenfassen} \\ &= x^2 + 4x + 3 \end{aligned}$$

Antwort: $f(x) = x^2 + 4x + 3$. Probe: $f(0) = 4 - 1 = 3 = c$.

b) $g(x) = -(x - 4)^2 + 3$

Gegeben: $g(x) = -(x - 4)^2 + 3$ **Gesucht:** allgemeine Form

Ansatz: 2. binomische Formel, Minus vor der Klammer

$$\begin{aligned} g(x) &= -(x - 4)^2 + 3 && | \text{2. binomische Formel} \\ &= -(x^2 - 8x + 16) + 3 && | \text{Klammer auflösen} \\ &= -x^2 + 8x - 16 + 3 && | \text{zusammenfassen} \\ &= -x^2 + 8x - 13 \end{aligned}$$

Antwort: $g(x) = -x^2 + 8x - 13$. Probe:
 $g(0) = -16 + 3 = -13 = c$.

Übungen

1 Binomische Formeln

Gegeben: vier Klammerausdrücke **Gesucht:** ausmultiplizierte Terme

Ansatz: passende binomische Formel wählen

- a) $(x + 5)^2 = x^2 + 10x + 25$
 b) $(x - 7)^2 = x^2 - 14x + 49$

- c) $(x + 4)(x - 4) = x^2 - 16$
 d) $(2x - 1)^2 = 4x^2 - 4x + 1$

2 Normalform

Gegeben: drei Funktionen in Scheitelpunktform **Gesucht:** Normalform

Ansatz: binomische Formel anwenden, zusammenfassen

a) $f(x) = (x - 1)^2 + 4$:

$$\begin{aligned} f(x) &= (x - 1)^2 + 4 && | \text{2. binomische Formel} \\ &= x^2 - 2x + 1 + 4 && | \text{zusammenfassen} \\ &= x^2 - 2x + 5 \end{aligned}$$

b) $f(x) = (x + 3)^2 - 10$:

$$\begin{aligned} f(x) &= (x + 3)^2 - 10 && | \text{1. binomische Formel} \\ &= x^2 + 6x + 9 - 10 && | \text{zusammenfassen} \\ &= x^2 + 6x - 1 \end{aligned}$$

c) $f(x) = (x - 5)^2$:

$$\begin{aligned} f(x) &= (x - 5)^2 && | \text{2. binomische Formel} \\ &= x^2 - 10x + 25 \end{aligned}$$

Antwort: a) $f(x) = x^2 - 2x + 5$; b) $f(x) = x^2 + 6x - 1$; c)
 $f(x) = x^2 - 10x + 25$.

3 Allgemeine Form mit Faktor a

Gegeben: $f(x) = 3(x - 2)^2 + 1$; $f(x) = -0,5(x + 4)^2 + 2$ **Gesucht:** allgemeine Form, Probe mit $f(0)$

Ansatz: Klammer auflösen, mit a multiplizieren, zusammenfassen

a) $f(x) = 3(x - 2)^2 + 1$:

$$\begin{aligned} f(x) &= 3(x - 2)^2 + 1 && | \text{2. binomische Formel} \\ &= 3(x^2 - 4x + 4) + 1 && | \text{mit 3 multiplizieren} \\ &= 3x^2 - 12x + 12 + 1 && | \text{zusammenfassen} \\ &= 3x^2 - 12x + 13 \end{aligned}$$

Probe: $f(0) = 3 \cdot (0 - 2)^2 + 1 = 13 = c$

b) $f(x) = -0,5(x + 4)^2 + 2$:

$$\begin{aligned} f(x) &= -0,5(x + 4)^2 + 2 && | \text{1. binomische Formel} \\ &= -0,5(x^2 + 8x + 16) + 2 && | \text{mit } -0,5 \text{ multiplizieren} \\ &= -0,5x^2 - 4x - 8 + 2 && | \text{zusammenfassen} \\ &= -0,5x^2 - 4x - 6 \end{aligned}$$

Probe: $f(0) = -0,5 \cdot (0 + 4)^2 + 2 = -6 = c$

4 Fehler finden

Gegeben: Toms Rechnung $(x - 3)^2 + 1 = x^2 - 9 + 1$ **Gesucht:** Fehler, richtige Normalform

Ansatz: 2. binomische Formel vollständig anwenden

Fehler: $(x - 3)^2$ ist nicht $x^2 - 9$. Tom hat den Term $-2 \cdot 3 \cdot x$
 $= -6x$ vergessen und $(-3)^2$ falsch als -9 notiert.

$$\begin{aligned} f(x) &= (x - 3)^2 + 1 && | \text{2. binomische Formel} \\ &= x^2 - 6x + 9 + 1 && | \text{zusammenfassen} \\ &= x^2 - 6x + 10 \end{aligned}$$

Probe: $f(0) = (0 - 3)^2 + 1 = 10 = c$. Bei Tom wäre
 $f(0) = -8$ – das passt nicht.

Antwort: $f(x) = x^2 - 6x + 10$.

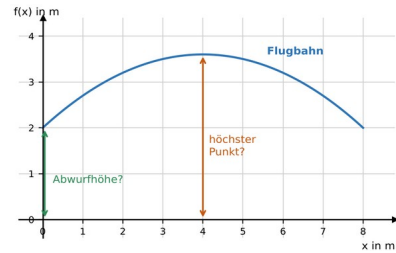
5 Basketball: $f(x) = -0,1(x - 4)^2 + 3,6$ **Gegeben:** $f(x) = -0,1(x - 4)^2 + 3,6$ (x , $f(x)$ in m) **Gesucht:** a) Skizze, b) allgemeine Form, c) Abwurfhöhe und höchster Punkt**Ansatz:** Klammer auflösen; c ablesen; S ablesen**b) Allgemeine Form:**

$$\begin{aligned}
 f(x) &= -0,1(x - 4)^2 + 3,6 && | \text{ 2. binomische Formel} \\
 &= -0,1(x^2 - 8x + 16) + 3,6 && | \text{ mit } -0,1 \text{ multiplizieren} \\
 &= -0,1x^2 + 0,8x - 1,6 + 3,6 && | \text{ zusammenfassen} \\
 &= -0,1x^2 + 0,8x + 2
 \end{aligned}$$

c) Abwurfhöhe und höchster Punkt:

$$f(0) = c = 2$$

$$f(x) = -0,1(x - 4)^2 + 3,6 \Rightarrow d = 4 \text{ und } e = 3,6 \Rightarrow S(4 | 3,6)$$



Antwort: b) $f(x) = -0,1x^2 + 0,8x + 2$. c) Abwurf in 2 m Höhe; 4 m weiter ist der Ball mit 3,6 m am höchsten.

6 Scheitelpunktform und allgemeine Form vergleichen**Gegeben:** $f(x) = 2(x - 1)^2 + 3$; $g(x) = 2x^2 - 4x + 5$; $h(x) = (x - 4)^2 + e$ **Gesucht:** a) Nachweis $f = g$, b) e**Ansatz:** a) f in die allgemeine Form bringen; b) ausmultiplizieren und mit 20 vergleichen**a) f in die allgemeine Form:**

$$\begin{aligned}
 f(x) &= 2(x - 1)^2 + 3 && | \text{ 2. binomische Formel} \\
 &= 2(x^2 - 2x + 1) + 3 && | \text{ mit 2 multiplizieren} \\
 &= 2x^2 - 4x + 2 + 3 && | \text{ zusammenfassen} \\
 &= 2x^2 - 4x + 5 && | = g(x)
 \end{aligned}$$

b) e bestimmen:

$$\begin{aligned}
 h(x) &= (x - 4)^2 + e && | \text{ 2. binomische Formel} \\
 &= x^2 - 8x + 16 + e && | \text{ mit } x^2 - 8x + 20 \text{ vergleichen} \\
 16 + e &= 20 && | - 16 \\
 e &= 4
 \end{aligned}$$

Antwort: a) $f(x) = g(x)$, beide mit $S(1 | 3)$. b) $e = 4$, also $h(x) = (x - 4)^2 + 4$.