KOPERNIKUS OBERSCHULE	**Mathematik 11**	Name: Datum:

Wurzelziehen: Nullstellen aus $x^2 = c$ und $a(x - d)^2 + e = 0$

Merke: Nullstellen durch Wurzelziehen

Nullstellen sind die x-Werte mit f(x) = 0. Dort schneidet oder berührt der Graph die x-Achse: Schnittpunkte $(x_1 \mid 0)$ und $(x_2 \mid 0)$.

$x^2 = c$: $c > 0$: zwei Lösungen $x_1 = -\sqrt{c}$; $x_2 = \sqrt{c}$ · $c = 0$: eine Lösung $x = 0$ · $c < 0$: keine Lösung.

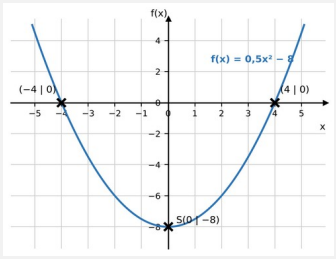
$a(x - d)^2 + e = 0$: 1. nach dem Quadrat auflösen (| − e, | : a) · 2. Wurzel ziehen mit **beiden** Vorzeichen · 3. | + d · Probe durch Einsetzen.

Beispiele

B1 Reinquadratisch: $x^2 = c$

Aufgabe: Bestimmen Sie die Nullstellen von $f(x) = 0{,}5x^2 - 8$ und die Schnittpunkte mit der x-Achse.
Gegeben: $f(x) = 0{,}5x^2 - 8$ **Gesucht:** x mit f(x) = 0
Ansatz: f(x) = 0 setzen, nach x^2 auflösen, Wurzel ziehen

$f(x)$	$= 0{,}5x^2 - 8$	| f(x) = 0 setzen
0	$= 0{,}5x^2 - 8$	| + 8
8	$= 0{,}5x^2$	| : 0,5
16	$= x^2$	| Wurzel (±)
x	$= -4$ oder $x = 4$	

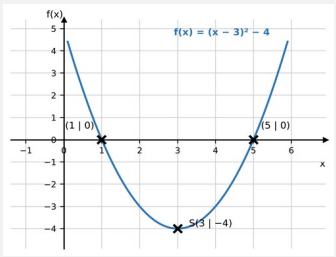


Antwort: Nullstellen $x_1 = -4$; $x_2 = 4$. Schnittpunkte mit der x-Achse: (−4 | 0) und (4 | 0). Probe: $f(4) = 0{,}5 \cdot 16 - 8 = 0$.

B2 Scheitelpunktform: $a(x - d)^2 + e = 0$

Aufgabe: Bestimmen Sie die Nullstellen von $f(x) = (x - 3)^2 - 4$.
Gegeben: $f(x) = (x - 3)^2 - 4$ **Gesucht:** x mit f(x) = 0
Ansatz: f(x) = 0 setzen, nach $(x - 3)^2$ auflösen, Wurzel ziehen, + 3

$f(x)$	$= (x - 3)^2 - 4$	| f(x) = 0 setzen
0	$= (x - 3)^2 - 4$	| + 4
4	$= (x - 3)^2$	| Wurzel (±)
$x - 3$	$= -2$ oder $x - 3 = 2$	| + 3
x	$= 1$ oder $x = 5$	

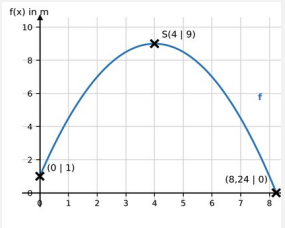


Antwort: $x_1 = 1$; $x_2 = 5$, Schnittpunkte (1 | 0) und (5 | 0). Die Nullstellen liegen symmetrisch zu x = 3 (Scheitelpunkt S(3 | −4)).

B3 Ballwurf – wo landet der Ball?

Aufgabe: Die Flugbahn eines Balls wird beschrieben durch $f(x) = -0{,}5(x - 4)^2 + 9$ (x: waagerechte Entfernung vom Abwurf in m, f(x): Höhe in m). In welcher Entfernung vom Abwurf landet der Ball?
Gegeben: $f(x) = -0{,}5(x - 4)^2 + 9$ **Gesucht:** x mit f(x) = 0 (Boden)
Ansatz: wie B2: f(x) = 0 setzen, nach $(x - 4)^2$ auflösen, Wurzel ziehen, + 4

$f(x)$	$= -0{,}5(x - 4)^2 + 9$	| f(x) = 0 setzen
0	$= -0{,}5(x - 4)^2 + 9$	| − 9
-9	$= -0{,}5(x - 4)^2$	| : (−0,5)
18	$= (x - 4)^2$	| Wurzel (±)
$x - 4$	$= -\sqrt{18}$ oder $x - 4 = \sqrt{18}$	| + 4
x	$= 4 - \sqrt{18} \approx -0{,}24$ oder $x = 4 + \sqrt{18} \approx 8{,}24$	



Antwort: $x_1 \approx -0{,}24$ liegt hinter dem Abwurf (nicht sinnvoll). Der Ball landet etwa 8,24 m vom Abwurf entfernt: (8,24 | 0).

Mitmachen

a) Bestimmen Sie die Nullstellen von $f(x) = x^2 - 25$.

b) Bestimmen Sie die Schnittpunkte von $g(x) = 2(x + 1)^2 - 8$ mit der x-Achse.

Tipps&Lösungen

Übungen

★ **1** Lösen Sie die Gleichungen. Geben Sie alle Lösungen an.

a) $x^2 = 36$ b) $x^2 - 2 = 7$ c) $3x^2 = 48$ d) $x^2 + 4 = 0$

★ **2** Bestimmen Sie die Nullstellen und die Schnittpunkte mit der x-Achse.

a) $f(x) = (x - 2)^2 - 9$ b) $f(x) = 0{,}5(x + 3)^2 - 2$ c) $f(x) = -(x - 1)^2 + 16$

★★ **3** Wie viele Lösungen hat die Gleichung? Begründen Sie, ohne vollständig zu lösen.

a) $(x - 4)^2 = 0$ b) $(x + 1)^2 + 3 = 0$ c) $2(x - 1)^2 - 6 = 0$ d) $-(x - 2)^2 - 1 = 0$

★★ **4** Ein Torbogen hat die Form einer Parabel mit $f(x) = -0{,}25(x - 4)^2 + 4$ (x: Abstand vom linken Fußpunkt in m, f(x): Höhe in m).

a) Wie breit ist der Torbogen am Boden?

b) Wie hoch ist der Bogen 2 m vom linken Fußpunkt entfernt?

c) Passt ein 2,5 m breiter und 3,2 m hoher Lkw mittig durch den Bogen? Begründen Sie rechnerisch.

★★ **5** Lea löst $(x - 3)^2 = 16$ so: $x - 3 = 4$, also $x = 7$. Was hat Lea übersehen? Geben Sie alle Lösungen an und machen Sie die Probe.

★★★ **6** Gegeben ist $f(x) = x^2 - 6x + 5$.

a) Bringen Sie f in die Scheitelpunktform und bestimmen Sie die Nullstellen.

b) Gegeben ist $g(x) = x^2 - 6x + c$. Für welches c hat g genau eine Nullstelle? Begründen Sie mit der Lage des Scheitelpunkts.