KOPERNIKUS OBERSCHULE	**Mathematik 11**	Name: Datum:

Die p-q-Formel: quadratische Gleichungen lösen

Merke: p-q-Formel

Die Gleichung **$x^2 + px + q = 0$** (Normalform) hat die Lösungen

$$x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

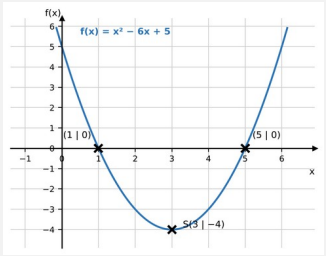
1. Auf die Form $x^2 + px + q = 0$ bringen: alles auf eine Seite, bei $a \neq 1$ durch a teilen.
2. p und q **mit Vorzeichen** ablesen.
3. Einsetzen. Wert unter der Wurzel negativ ⇒ keine Lösung; gleich 0 ⇒ eine Lösung $x = -p/2$.
4. x_1 mit „−“, x_2 mit „+“ ausrechnen; Probe durch Einsetzen.

Beispiele

B1 Normalform: p und q direkt ablesen

Aufgabe: Bestimmen Sie die Nullstellen von $f(x) = x^2 - 6x + 5$.
Gegeben: $f(x) = x^2 - 6x + 5$ **Gesucht:** x mit $f(x) = 0$
Ansatz: $f(x) = 0$ setzen; $p = -6$ und $q = 5$, also $-p/2 = 3$ und $(p/2)^2 = 9$

$f(x)$	$= x^2 - 6x + 5$	| f(x) = 0 setzen
0	$= x^2 - 6x + 5$	| p-q-Formel
$x_{1,2}$	$= -p/2 \pm \sqrt{((p/2)^2 - q)}$	| p = −6; q = 5 einsetzen
$x_{1,2}$	$= 3 \pm \sqrt{(9 - 5)}$	| zusammenfassen
$x_{1,2}$	$= 3 \pm 2$	
x_1	$= 3 - 2 = 1;\ x_2 = 3 + 2 = 5$	

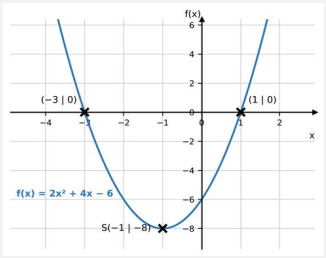


Antwort: $x_1 = 1$; $x_2 = 5$, Schnittpunkte (1 | 0) und (5 | 0).

B2 Mit Faktor a: erst durch a teilen

Aufgabe: Bestimmen Sie die Nullstellen von $f(x) = 2x^2 + 4x - 6$.
Gegeben: $f(x) = 2x^2 + 4x - 6$ **Gesucht:** x mit $f(x) = 0$
Ansatz: $f(x) = 0$ setzen, durch 2 teilen, dann $p = 2$ und $q = -3$

$f(x)$	$= 2x^2 + 4x - 6$	| f(x) = 0 setzen
0	$= 2x^2 + 4x - 6$	| : 2
0	$= x^2 + 2x - 3$	| p = 2; q = −3 einsetzen
$x_{1,2}$	$= -1 \pm \sqrt{(1 + 3)}$	| zusammenfassen
$x_{1,2}$	$= -1 \pm 2$	
x_1	$= -1 - 2 = -3;\ x_2 = -1 + 2 = 1$	

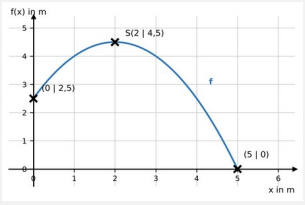


Antwort: $x_1 = -3$; $x_2 = 1$. Vorsicht: $-q = -(-3) = +3$.

B3 Springbrunnen – wo trifft der Strahl auf?

Aufgabe: Ein Wasserstrahl wird beschrieben durch $f(x) = -0{,}5x^2 + 2x + 2{,}5$ (x: waagerechte Entfernung von der Düse in m, f(x): Höhe in m). Wie weit von der Düse trifft der Strahl auf den Boden?
Gegeben: $f(x) = -0{,}5x^2 + 2x + 2{,}5$ **Gesucht:** x mit $f(x) = 0$ (Boden)
Ansatz: $f(x) = 0$ setzen, durch −0,5 teilen, p-q-Formel

$f(x)$	$= -0{,}5x^2 + 2x + 2{,}5$	| f(x) = 0 setzen
0	$= -0{,}5x^2 + 2x + 2{,}5$	| : (−0,5)
0	$= x^2 - 4x - 5$	| p = −4; q = −5 einsetzen
$x_{1,2}$	$= 2 \pm \sqrt{(4 + 5)}$	| zusammenfassen
$x_{1,2}$	$= 2 \pm 3$	
x_1	$= 2 - 3 = -1;\ x_2 = 2 + 3 = 5$	



Antwort: $x_1 = -1$ liegt hinter der Düse (nicht sinnvoll). Der Strahl trifft 5 m von der Düse entfernt auf.

Mitmachen

a) Lösen Sie $x^2 - 2x - 8 = 0$.

b) Bestimmen Sie die Nullstellen von $f(x) = 3x^2 - 12x + 9$.

Tipps&Lösungen

Übungen

★ **1** Bringen Sie die Gleichung, falls nötig, auf die Form $x^2 + px + q = 0$ und geben Sie p und q an.

a) $x^2 + 8x - 9 = 0$ b) $x^2 - 5x + 6 = 0$ c) $2x^2 - 6x + 4 = 0$ d) $x^2 = 3x + 10$

★ **2** Lösen Sie mit der p-q-Formel.

a) $x^2 + 8x - 9 = 0$ b) $x^2 - 5x + 6 = 0$ c) $x^2 + 4x + 5 = 0$ d) $x^2 - 6x + 9 = 0$

★★ **3** Bestimmen Sie die Nullstellen und die Schnittpunkte mit der x-Achse.

a) $f(x) = 2x^2 - 8x - 10$ b) $f(x) = -x^2 + 2x + 3$

★★ **4** Ben löst $x^2 + 6x - 7 = 0$ so: $x_{1,2} = 3 \pm \sqrt{(9 - 7)} = 3 \pm \sqrt{2}$. Finden Sie die beiden Fehler und lösen Sie richtig.

★★ **5** Beim Kugelstoßen wird die Flugbahn der Kugel beschrieben durch $f(x) = -0{,}05x^2 + 0{,}8x + 2$ (x: waagerechte Entfernung vom Abstoß in m, f(x): Höhe in m).

a) Begründen Sie, warum man für die Stoßweite $f(x) = 0$ setzt.
b) Berechnen Sie die Stoßweite auf zwei Stellen genau.
c) Welche Lösung ist im Sachzusammenhang nicht sinnvoll? Begründen Sie.

★★★ **6** Ein rechteckiges Beet ist 3 m länger als breit und hat einen Flächeninhalt von 40 m².

a) Stellen Sie mit der Breite x eine Gleichung auf und bringen Sie sie auf die Form $x^2 + px + q = 0$.
b) Berechnen Sie Breite und Länge des Beets. Begründen Sie, warum nur eine Lösung passt.