KOPERNIKUS OBERSCHULE	**Mathematik 11**	Name: Datum:

Anzahl der Lösungen und Gleichungen ohne Absolutglied

Merke: Diskriminante und Ausklammern

Diskriminante: Bei $x^2 + px + q = 0$ heißt der Wert unter der Wurzel der p-q-Formel **$D = (p/2)^2 - q$**. Er entscheidet über die Anzahl der Lösungen:

$D > 0$ ⇒ zwei Lösungen	**$D = 0$ ⇒ eine Lösung** $x = -p/2$	**$D < 0$ ⇒ keine Lösung**

Ohne Absolutglied ($ax^2 + bx = 0$): x ausklammern ⇒ $x \cdot (ax + b) = 0$. Ein Produkt ist 0, wenn ein Faktor 0 ist (**Satz vom Nullprodukt**): $x_1 = 0$ oder $ax + b = 0$.

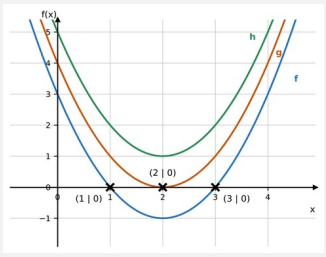
Beispiele

B1 Anzahl der Nullstellen mit der Diskriminante

Aufgabe: Wie viele Nullstellen haben $f(x) = x^2 - 4x + 3$; $g(x) = x^2 - 4x + 4$ und $h(x) = x^2 - 4x + 5$?
Gegeben: $p = -4$ und $q = 3; 4; 5$ **Gesucht:** Anzahl der Nullstellen
Ansatz: $D = (p/2)^2 - q$ berechnen und Vorzeichen prüfen

$D = (p/2)^2 - q$ | $p = -4$; $q = 3$ einsetzen
f: $D = (-2)^2 - 3 = 1$ | $D > 0$: f zwei Nullstellen
g: $D = (-2)^2 - 4 = 0$ | $D = 0$: eine Nullstelle
h: $D = (-2)^2 - 5 = -1$ | $D < 0$: keine Nullstelle

Antwort: f hat zwei, g eine und h keine Nullstelle – ohne die Gleichung zu lösen.

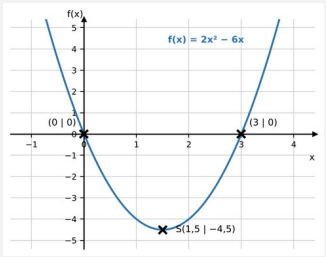


B2 Ohne Absolutglied: x ausklammern

Aufgabe: Bestimmen Sie die Nullstellen von $f(x) = 2x^2 - 6x$.
Gegeben: $f(x) = 2x^2 - 6x$ (kein Absolutglied) **Gesucht:** x mit $f(x) = 0$
Ansatz: x ausklammern, Satz vom Nullprodukt

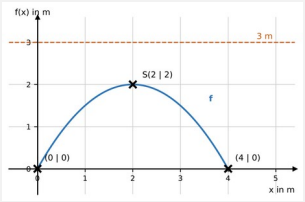
$f(x) = 2x^2 - 6x$ | $f(x) = 0$ setzen
$0 = 2x^2 - 6x$ | x ausklammern
$0 = x \cdot (2x - 6)$ | Satz vom Nullprodukt
$x_1 = 0$ oder $0 = 2x - 6$ | + 6
$6 = 2x$ | : 2
$x_2 = 3$

Antwort: $x_1 = 0$; $x_2 = 3$, Schnittpunkte (0 | 0) und (3 | 0). Ohne Absolutglied ist $x = 0$ immer eine Nullstelle.



B3 Delfinsprung – wo taucht er ein, wie hoch kommt er?

Aufgabe: Ein Delfinsprung wird beschrieben durch $f(x) = -0{,}5x^2 + 2x$ (x: waagerechte Entfernung vom Absprung in m, f(x): Höhe über dem Wasser in m).
a) Wie weit vom Absprung taucht der Delfin wieder ein?
b) Erreicht der Delfin eine Höhe von 3 m?
Gegeben: $f(x) = -0{,}5x^2 + 2x$ **Gesucht:** a) x mit $f(x) = 0$; b) gibt es x mit $f(x) = 3$?
Ansatz: a) x ausklammern; b) $f(x) = 3$ setzen, Anzahl der Lösungen mit D prüfen



a) Eintauchstelle:

$f(x) = -0{,}5x^2 + 2x$ | $f(x) = 0$ setzen
$0 = -0{,}5x^2 + 2x$ | x ausklammern
$0 = x \cdot (-0{,}5x + 2)$ | Satz vom Nullprodukt
$x_1 = 0$ oder $0 = -0{,}5x + 2$ | − 2
$-2 = -0{,}5x$ | : (−0,5)
$x_2 = 4$

b) Höhe 3 m:

$f(x) = -0{,}5x^2 + 2x$ | $f(x) = 3$ setzen
$3 = -0{,}5x^2 + 2x$ | − 3
$0 = -0{,}5x^2 + 2x - 3$ | : (−0,5)
$0 = x^2 - 4x + 6$ | D berechnen
$D = (p/2)^2 - q$ | $p = -4$; $q = 6$ einsetzen
$D = (-2)^2 - 6 = -2$ | $D < 0$

Antwort: a) Der Delfin taucht 4 m vom Absprung entfernt ein. b) Die Gleichung hat keine Lösung: 3 m erreicht er nicht (höchster Punkt S(2 | 2)).

Mitmachen

a) Wie viele Lösungen hat $x^2 + 6x + 10 = 0$?

b) Bestimmen Sie die Nullstellen von $f(x) = x^2 + 5x$.

Übungen

★ **1** Bestimmen Sie mit der Diskriminante die Anzahl der Lösungen.

a) $x^2 - 8x + 12 = 0$ b) $x^2 + 10x + 25 = 0$ c) $x^2 - 3x + 4 = 0$ d) $2x^2 + 4x - 6 = 0$

★ **2** Lösen Sie durch Ausklammern.

a) $x^2 - 7x = 0$ b) $3x^2 + 12x = 0$ c) $-x^2 + 5x = 0$ d) $0{,}5x^2 = 2x$

★★ **3** Wählen Sie jeweils das passende Verfahren (Wurzelziehen, Ausklammern oder p-q-Formel) und lösen Sie.

a) $x^2 - 16 = 0$ b) $x^2 - 16x = 0$ c) $x^2 - 6x + 9 = 0$ d) $(x - 2)^2 - 9 = 0$

★★ **4** Für welche Werte von c hat die Gleichung $x^2 + 6x + c = 0$ zwei Lösungen, genau eine Lösung oder keine Lösung?

★★ **5** Bei einem Abstoß schießt die Torhüterin den Ball vom Boden aus ab. Die Flugbahn des Balls wird beschrieben durch $f(x) = -0{,}2x^2 + 1{,}6x$ (x: waagerechte Entfernung vom Abstoßpunkt in m, f(x): Höhe des Balls über dem Boden in m).

a) Berechnen Sie, in welcher Entfernung vom Abstoßpunkt der Ball wieder auf dem Boden aufkommt.
b) Entscheiden Sie mit der Diskriminante, ob der Ball eine Höhe von 3 m erreicht.
c) Prüfen Sie ebenso, ob der Ball eine Höhe von 4 m erreicht.

★★★ **6** Gegeben ist $f(x) = x^2 - 4x + 1$. Für welche Werte von k hat der Graph mit der waagerechten Geraden $g(x) = k$ zwei, einen oder keinen gemeinsamen Punkt? Begründen Sie auch mit dem Scheitelpunkt.