Lösungsblatt

Stunde 9 · Anzahl der Lösungen und Gleichungen ohne Absolutglied · zur Selbstkontrolle

Mitmachen

a) $x^2 + 6x + 10 = 0$

Gegeben: $x^2 + 6x + 10 = 0$ **Gesucht:** Anzahl der Lösungen

Ansatz: $D = (p/2)^2 - q$ mit $p = 6$; $q = 10$

$D = (p/2)^2 - q$	| $p = 6$; $q = 10$ einsetzen
$D = 3^2 - 10 = 9 - 10 = -1$	| $D < 0$

Antwort: $D < 0$: Die Gleichung hat keine Lösung.

b) $f(x) = x^2 + 5x$

Gegeben: $f(x) = x^2 + 5x$ (ohne Absolutglied) **Gesucht:** Nullstellen

Ansatz: x ausklammern, Satz vom Nullprodukt

$f(x) = x^2 + 5x$	| $f(x) = 0$ setzen
$0 = x^2 + 5x$	| x ausklammern
$0 = x \cdot (x + 5)$	| Satz vom Nullprodukt
$x_1 = 0$ oder $0 = x + 5$	| − 5
$x_2 = -5$	

Antwort: $x_1 = 0$; $x_2 = -5$, Schnittpunkte (0 \| 0) und (−5 \| 0).

Übungen

1 Anzahl der Lösungen

Gegeben: vier Gleichungen **Gesucht:** Anzahl der Lösungen

Ansatz: Normalform, $D = (p/2)^2 - q$ berechnen, Vorzeichen prüfen

a) $x^2 - 8x + 12 = 0$:

$D = (p/2)^2 - q$	| $p = -8$; $q = 12$ einsetzen
$D = (-4)^2 - 12 = 16 - 12 = 4$	| $D > 0$: zwei Lösungen

b) $x^2 + 10x + 25 = 0$:

$D = (p/2)^2 - q$	| $p = 10$; $q = 25$ einsetzen
$D = 5^2 - 25 = 25 - 25 = 0$	| $D = 0$: eine Lösung

c) $x^2 - 3x + 4 = 0$:

$D = (p/2)^2 - q$	| $p = -3$; $q = 4$ einsetzen
$D = (-1{,}5)^2 - 4 = -1{,}75$	| $D < 0$: keine Lösung

d) $2x^2 + 4x - 6 = 0$:

$0 = 2x^2 + 4x - 6$	| : 2
$0 = x^2 + 2x - 3$	| D berechnen
$D = (p/2)^2 - q$	| $p = 2$; $q = -3$ einsetzen
$D = 1^2 - (-3) = 4$	| $D > 0$: zwei Lösungen

2 Lösen durch Ausklammern

Gegeben: vier Gleichungen ohne Absolutglied **Gesucht:** alle Lösungen

Ansatz: x ausklammern, Satz vom Nullprodukt

a) $x^2 - 7x = 0$:

$0 = x^2 - 7x$	| x ausklammern
$0 = x \cdot (x - 7)$	| Satz vom Nullprodukt
$x_1 = 0$ oder $0 = x - 7$	| + 7
$x_2 = 7$	

b) $3x^2 + 12x = 0$:

$0 = 3x^2 + 12x$	| x ausklammern
$0 = x \cdot (3x + 12)$	| Satz vom Nullprodukt
$x_1 = 0$ oder $0 = 3x + 12$	| − 12
$-12 = 3x$	| : 3
$x_2 = -4$	

c) $-x^2 + 5x = 0$:

$0 = -x^2 + 5x$	| x ausklammern
$0 = x \cdot (-x + 5)$	| Satz vom Nullprodukt
$x_1 = 0$ oder $0 = -x + 5$	| + x
$x_2 = 5$	

d) $0{,}5x^2 = 2x$:

$0{,}5x^2 = 2x$	| − 2x
$0{,}5x^2 - 2x = 0$	| x ausklammern
$x \cdot (0{,}5x - 2) = 0$	| Satz vom Nullprodukt
$x_1 = 0$ oder $0{,}5x - 2 = 0$	| + 2
$0{,}5x = 2$	| : 0,5
$x_2 = 4$	

3 Das passende Verfahren

Gegeben: vier Gleichungen **Gesucht:** Verfahren und Lösungen

Ansatz: ohne x-Term: Wurzelziehen · ohne Absolutglied: Ausklammern · sonst p-q-Formel

a) $x^2 - 16 = 0$: Wurzelziehen:

$0 = x^2 - 16$	| + 16
$16 = x^2$	| Wurzel ziehen (±)
$x_1 = -4$; $x_2 = 4$	

b) $x^2 - 16x = 0$: Ausklammern:

$0 = x^2 - 16x$	| x ausklammern
$0 = x \cdot (x - 16)$	| Satz vom Nullprodukt
$x_1 = 0$ oder $0 = x - 16$	| + 16
$x_2 = 16$	

c) $x^2 - 6x + 9 = 0$: p-q-Formel:

$0 = x^2 - 6x + 9$	| $p = -6$; $q = 9$ einsetzen
$x_{1,2} = 3 \pm \sqrt{(9 - 9)}$	| zusammenfassen
$x = 3$ (eine Lösung)	

d) $(x - 2)^2 - 9 = 0$: Wurzelziehen:

$0 = (x - 2)^2 - 9$	| + 9
$9 = (x - 2)^2$	| Wurzel ziehen (±)
$x - 2 = -3$ oder $x - 2 = 3$	| + 2
$x_1 = -1$; $x_2 = 5$	

4 Parameter c

Gegeben: $x^2 + 6x + c = 0$ **Gesucht:** c für zwei, eine, keine Lösung

Ansatz: $D = (p/2)^2 - q$ mit $p = 6$; $q = c$

$D = (p/2)^2 - q$	| $p = 6$; $q = c$ einsetzen
$D = 3^2 - c = 9 - c$	

Zwei Lösungen: $9 - c > 0$, also $c < 9$. Eine Lösung: $9 - c = 0$, also $c = 9$. Keine Lösung: $9 - c < 0$, also $c > 9$.

5 Abstoß: f(x) = −0,2x² + 1,6x

Gegeben: f(x) = −0,2x² + 1,6x (x und f(x) in m) **Gesucht:** a) Aufkommpunkt; b) 3 m erreicht? c) 4 m erreicht?
Ansatz: a) x ausklammern; b), c) f(x) = 3 bzw. f(x) = 4 setzen, D prüfen

a) Aufkommpunkt:

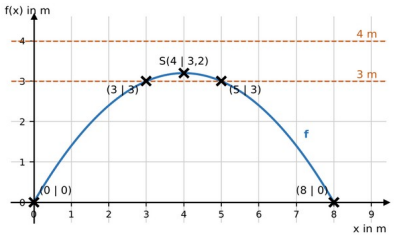
f(x)	= −0,2x² + 1,6x	| f(x) = 0 setzen
0	= −0,2x² + 1,6x	| x ausklammern
0	= x · (−0,2x + 1,6)	| Satz vom Nullprodukt
x_1	= 0 oder 0 = −0,2x + 1,6	| − 1,6
−1,6	= −0,2x	| : (−0,2)
x_2	= 8	

b) Höhe 3 m:

f(x)	= −0,2x² + 1,6x	| f(x) = 3 setzen
3	= −0,2x² + 1,6x	| − 3
0	= −0,2x² + 1,6x − 3	| : (−0,2)
0	= x² − 8x + 15	| D berechnen
D	= (p/2)² − q	| p = −8; q = 15 einsetzen
D	= (−4)² − 15 = 16 − 15 = 1	| D > 0

c) Höhe 4 m:

f(x)	= −0,2x² + 1,6x	| f(x) = 4 setzen
4	= −0,2x² + 1,6x	| − 4
0	= −0,2x² + 1,6x − 4	| : (−0,2)
0	= x² − 8x + 20	| D berechnen
D	= (p/2)² − q	| p = −8; q = 20 einsetzen
D	= (−4)² − 20 = 16 − 20 = −4	| D < 0



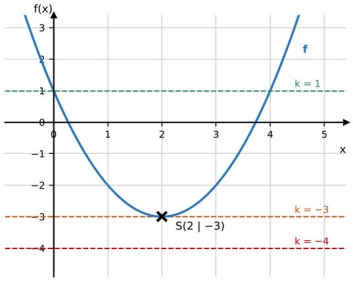
Antwort: a) Der Ball kommt 8 m vom Abstoßpunkt entfernt wieder auf. b) D > 0: Der Ball erreicht 3 m Höhe (bei x = 3 und x = 5). c) D < 0: 4 m erreicht er nicht. Der höchste Punkt ist S(4 | 3,2).

6 Gemeinsame Punkte mit g(x) = k

Gegeben: f(x) = x² − 4x + 1; g(x) = k **Gesucht:** Anzahl gemeinsamer Punkte in Abhängigkeit von k
Ansatz: f(x) = k setzen, auf Normalform bringen, D in Abhängigkeit von k

x² − 4x + 1	= k	| − k
x² − 4x + (1 − k)	= 0	| D berechnen
D	= (p/2)² − q	| p = −4; q = 1 − k einsetzen
D	= (−2)² − (1 − k)	| zusammenfassen
D	= 3 + k	

Zwei Punkte: 3 + k > 0, also k > −3 · ein Punkt: k = −3 · kein Punkt: k < −3.



Begründung mit S: f(x) = (x − 2)² − 3, also S(2 | −3). Die Parabel ist nach oben geöffnet; eine Waagerechte oberhalb von S schneidet sie zweimal, durch S berührt sie sie, unterhalb trifft sie sie nicht.