KOPERNIKUS OBERSCHULE	**Mathematik 11**	Name: Datum:

Sachaufgaben zu Nullstellen: Wurf, Fall und Bremsweg

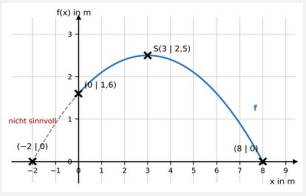
Merke: Sachaufgaben mit quadratischen Gleichungen

1. Größen klären: Was bedeuten x und f(x), welche Einheiten?
2. Frage übersetzen: „Wo landet …?“ ⇒ f(x) = 0 · „Wann 3 m hoch?“ ⇒ f(x) = 3 · x gegeben ⇒ einsetzen.
3. Verfahren: ohne x-Term ⇒ Wurzelziehen · ohne Absolutglied ⇒ Ausklammern · sonst ⇒ p-q-Formel (erst : a).
4. Lösungen prüfen: Negative Zeiten, Weiten oder Geschwindigkeiten sind **nicht sinnvoll** – verwerfen.
5. Antwortsatz mit Einheit.

Beispiele

B1 Gartenschlauch – wo trifft der Strahl auf?

Aufgabe: Ein Gartenschlauch wird in 1,6 m Höhe gehalten. Der Wasserstrahl wird beschrieben durch $f(x) = -0{,}1x^2 + 0{,}6x + 1{,}6$ (x: Entfernung vom Schlauch in m, f(x): Höhe in m). Wo trifft der Strahl auf den Boden?



Gegeben: $f(x) = -0{,}1x^2 + 0{,}6x + 1{,}6$ **Gesucht:** x mit f(x) = 0

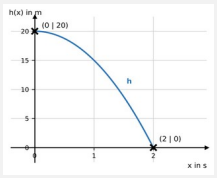
Ansatz: f(x) = 0 setzen, durch −0,1 teilen, p-q-Formel, Lösungen prüfen

$$
\begin{aligned}
f(x) &= -0{,}1x^2 + 0{,}6x + 1{,}6 && \mid f(x) = 0 \text{ setzen}\\
0 &= -0{,}1x^2 + 0{,}6x + 1{,}6 && \mid : (-0{,}1)\\
0 &= x^2 - 6x - 16 && \mid p = -6;\ q = -16 \text{ einsetzen}\\
x_{1,2} &= 3 \pm \sqrt{(9 + 16)} && \mid \text{zusammenfassen}\\
x_{1,2} &= 3 \pm 5 &&\\
x_1 &= -2;\ x_2 = 8 && \mid x_1 < 0 \text{ nicht sinnvoll}
\end{aligned}
$$

Antwort: Der Strahl trifft 8 m vom Schlauch entfernt auf den Boden ($x_1 = -2$ liegt hinter dem Schlauch).

B2 Freier Fall – wann kommt der Stein unten an?

Aufgabe: Ein Stein fällt von einer 20 m hohen Brücke. Seine Höhe über dem Wasser nach x Sekunden: $h(x) = 20 - 5x^2$ (h(x) in m). Wann trifft er auf dem Wasser auf?



Gegeben: $h(x) = 20 - 5x^2$ **Gesucht:** x mit h(x) = 0

Ansatz: h(x) = 0 setzen; kein x-Term ⇒ Wurzelziehen

$$
\begin{aligned}
h(x) &= 20 - 5x^2 && \mid h(x) = 0 \text{ setzen}\\
0 &= 20 - 5x^2 && \mid + 5x^2\\
5x^2 &= 20 && \mid : 5\\
x^2 &= 4 && \mid \text{Wurzel ziehen } (\pm)\\
x_1 &= -2;\ x_2 = 2 && \mid x_1 < 0 \text{ nicht sinnvoll}
\end{aligned}
$$

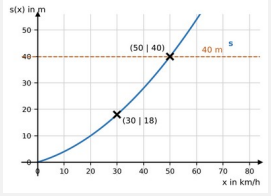
Antwort: Der Stein trifft nach 2 s auf dem Wasser auf.

B3 Anhalteweg – Wert einsetzen oder Gleichung lösen?

Aufgabe: Der Anhalteweg eines Autos (Reaktionsweg + Bremsweg) wird mit der Faustformel $s(x) = 0{,}01x^2 + 0{,}3x$ berechnet (x: Geschwindigkeit in km/h, s(x): Anhalteweg in m).

a) Wie lang ist der Anhalteweg bei 30 km/h?

b) Bei welcher Geschwindigkeit beträgt der Anhalteweg 40 m?



Gegeben: $s(x) = 0{,}01x^2 + 0{,}3x$ **Gesucht:** a) s(30); b) x mit s(x) = 40

Ansatz: a) x = 30 einsetzen; b) s(x) = 40 setzen, p-q-Formel

a) s(30) berechnen:

$$
\begin{aligned}
s(x) &= 0{,}01x^2 + 0{,}3x && \mid x = 30 \text{ einsetzen}\\
s(30) &= 0{,}01 \cdot 30^2 + 0{,}3 \cdot 30 &&\\
&= 9 + 9 = 18 &&
\end{aligned}
$$

b) s(x) = 40 lösen:

$$
\begin{aligned}
s(x) &= 0{,}01x^2 + 0{,}3x && \mid s(x) = 40 \text{ setzen}\\
40 &= 0{,}01x^2 + 0{,}3x && \mid - 40\\
0 &= 0{,}01x^2 + 0{,}3x - 40 && \mid : 0{,}01\\
0 &= x^2 + 30x - 4000 && \mid p = 30;\ q = -4000 \text{ einsetzen}\\
x_{1,2} &= -15 \pm \sqrt{(225 + 4000)} && \mid \text{zusammenfassen}\\
x_{1,2} &= -15 \pm 65 &&\\
x_1 &= -80;\ x_2 = 50 && \mid x_1 < 0 \text{ nicht sinnvoll}
\end{aligned}
$$

Antwort: a) Bei 30 km/h beträgt der Anhalteweg 18 m. b) Bei 50 km/h beträgt er 40 m (−80 km/h ist nicht sinnvoll).

Mitmachen

a) Stein vom 45-m-Turm: $h(x) = 45 - 5x^2$ (x: Zeit in s, h(x): Höhe in m). Wann kommt er unten an?

b) Anhalteweg $s(x) = 0{,}01x^2 + 0{,}3x$ (x in km/h, s(x) in m). Bei welcher Geschwindigkeit ist er 10 m lang?

Tipps&Lösungen

Übungen

★ **1** Ein Stein fällt von einem 80 m hohen Turm. Seine Höhe über dem Boden nach x Sekunden ist $h(x) = 80 - 5x^2$ (h(x) in m).

a) Nach welcher Zeit trifft der Stein auf dem Boden auf?

b) Nach welcher Zeit ist der Stein noch 35 m über dem Boden?

★ **2** Eine Kugel wird vom Boden aus gestoßen. Ihre Flugbahn wird beschrieben durch $f(x) = -0{,}1x^2 + 1{,}2x$ (x: waagerechte Entfernung in m, f(x): Höhe in m).

a) Wie weit fliegt die Kugel?

b) In welcher Entfernung ist die Kugel 3,6 m hoch? Was fällt Ihnen an der Lösung auf?

★★ **3** Eine Fontäne tritt in 1,4 m Höhe aus einer Düse aus. Der Wasserstrahl wird beschrieben durch $f(x) = -0{,}2x^2 + 1{,}2x + 1{,}4$ (x: waagerechte Entfernung von der Düse in m, f(x): Höhe über dem Wasser in m).

a) In welcher Entfernung von der Düse trifft der Strahl auf das Wasser?

b) An welchen Stellen ist der Strahl 3 m hoch?

★★ **4** Anhalteweg $s(x) = 0{,}01x^2 + 0{,}3x$ (x: Geschwindigkeit in km/h, s(x): Anhalteweg in m). Ein Hindernis liegt 70 m voraus.

a) Bis zu welcher Geschwindigkeit kommt das Auto rechtzeitig zum Stehen?

b) Begründen Sie, warum die zweite Lösung der Gleichung keine Bedeutung hat.

★★ **5** Ein Ball wird aus 1 m Höhe geworfen. Seine Flugbahn wird beschrieben durch $f(x) = -0{,}25x^2 + 2x + 1$ (x: waagerechte Entfernung in m, f(x): Höhe in m). In 7,5 m Entfernung steht ein 2 m hoher Zaun.

a) Wie weit fliegt der Ball, wenn der Zaun nicht im Weg wäre? Runden Sie auf zwei Nachkommastellen.

b) Fliegt der Ball über den Zaun? Begründen Sie mit einer Rechnung.

★★★ **6** Ein Ball wird vom Boden aus geschossen und landet 10 m entfernt. Seine Flugbahn hat die Form $f(x) = a \cdot x^2 + 2x$ (x und f(x) in m).

a) Bestimmen Sie a.

b) Wie hoch fliegt der Ball höchstens?

c) Begründen Sie mit der Diskriminante, dass der Ball keine Höhe von 6 m erreicht.