Lösungsblatt

Stunde 10 · Sachaufgaben zu Nullstellen: Wurf, Fall und Bremsweg · zur Selbstkontrolle

Mitmachen

a) Stein vom 45-m-Turm: $h(x) = 45 - 5x^2$

Gegeben: $h(x) = 45 - 5x^2$ (x in s, h(x) in m) **Gesucht:** x mit $h(x) = 0$

Ansatz: $h(x) = 0$ setzen, Wurzelziehen

$h(x)$	$= 45 - 5x^2$	| $h(x) = 0$ setzen
0	$= 45 - 5x^2$	| $+ 5x^2$
$5x^2$	$= 45$	| $: 5$
x^2	$= 9$	| Wurzel ziehen (±)
x_1	$= -3;\ x_2 = 3$	| $x_1 < 0$ nicht sinnvoll

Antwort: Der Stein kommt nach 3 s unten an.

b) Anhalteweg 10 m: $s(x) = 0{,}01x^2 + 0{,}3x$

Gegeben: $s(x) = 0{,}01x^2 + 0{,}3x$ (x in km/h, s(x) in m) **Gesucht:** x mit $s(x) = 10$

Ansatz: $s(x) = 10$ setzen, durch 0,01 teilen, p-q-Formel

$s(x)$	$= 0{,}01x^2 + 0{,}3x$	| $s(x) = 10$ setzen
10	$= 0{,}01x^2 + 0{,}3x$	| $- 10$
0	$= 0{,}01x^2 + 0{,}3x - 10$	| $: 0{,}01$
0	$= x^2 + 30x - 1000$	| $p = 30;\ q = -1000$ einsetzen
$x_{1,2}$	$= -15 \pm \sqrt{(225 + 1000)}$	| zusammenfassen
$x_{1,2}$	$= -15 \pm 35$	
x_1	$= -50;\ x_2 = 20$	| $x_1 < 0$ nicht sinnvoll

Antwort: Bei 20 km/h beträgt der Anhalteweg 10 m.

Übungen

1 Stein vom 80-m-Turm: $h(x) = 80 - 5x^2$

Gegeben: $h(x) = 80 - 5x^2$ (x in s, h(x) in m) **Gesucht:** a) x mit $h(x) = 0$; b) x mit $h(x) = 35$

Ansatz: Gleichung aufstellen, kein x-Term ⇒ Wurzelziehen

a) $h(x) = 0$:

$h(x)$	$= 80 - 5x^2$	| $h(x) = 0$ setzen
0	$= 80 - 5x^2$	| $+ 5x^2$
$5x^2$	$= 80$	| $: 5$
x^2	$= 16$	| Wurzel ziehen (±)
x_1	$= -4;\ x_2 = 4$	| $x_1 < 0$ nicht sinnvoll

b) $h(x) = 35$:

$h(x)$	$= 80 - 5x^2$	| $h(x) = 35$ setzen
35	$= 80 - 5x^2$	| $+ 5x^2$
$35 + 5x^2$	$= 80$	| $- 35$
$5x^2$	$= 45$	| $: 5$
x^2	$= 9$	| Wurzel ziehen (±)
x_1	$= -3;\ x_2 = 3$	| $x_1 < 0$ nicht sinnvoll

Antwort: a) Der Stein trifft nach 4 s auf dem Boden auf. b) Nach 3 s ist er noch 35 m über dem Boden.

2 Kugelstoß: $f(x) = -0{,}1x^2 + 1{,}2x$

Gegeben: $f(x) = -0{,}1x^2 + 1{,}2x$ (x und f(x) in m) **Gesucht:** a) x mit $f(x) = 0$; b) x mit $f(x) = 3{,}6$

Ansatz: a) ohne Absolutglied ⇒ x ausklammern; b) $f(x) = 3{,}6$ setzen, durch −0,1 teilen, p-q-Formel

a) $f(x) = 0$:

$f(x)$	$= -0{,}1x^2 + 1{,}2x$	| $f(x) = 0$ setzen
0	$= -0{,}1x^2 + 1{,}2x$	| x ausklammern
0	$= x \cdot (-0{,}1x + 1{,}2)$	| Satz vom Nullprodukt
x_1	$= 0$ oder $0 = -0{,}1x + 1{,}2$	| $- 1{,}2$
$-1{,}2$	$= -0{,}1x$	| $: (-0{,}1)$
x_2	$= 12$	

b) $f(x) = 3{,}6$:

$f(x)$	$= -0{,}1x^2 + 1{,}2x$	| $f(x) = 3{,}6$ setzen
$3{,}6$	$= -0{,}1x^2 + 1{,}2x$	| $- 3{,}6$
0	$= -0{,}1x^2 + 1{,}2x - 3{,}6$	| $: (-0{,}1)$
0	$= x^2 - 12x + 36$	| $p = -12;\ q = 36$ einsetzen
$x_{1,2}$	$= 6 \pm \sqrt{(36 - 36)}$	| zusammenfassen
x	$= 6$ (eine Lösung)	

Antwort: a) Die Kugel fliegt 12 m weit ($x_1 = 0$ ist der Abstoßpunkt). b) Nur bei $x = 6$ ist die Kugel 3,6 m hoch – die Gleichung hat genau eine Lösung (D = 0): 3,6 m ist die größte Höhe, S(6 | 3,6).

3 Fontäne: $f(x) = -0{,}2x^2 + 1{,}2x + 1{,}4$

Gegeben: $f(x) = -0{,}2x^2 + 1{,}2x + 1{,}4$ (x und f(x) in m) **Gesucht:** a) x mit $f(x) = 0$; b) x mit $f(x) = 3$

Ansatz: Gleichung aufstellen, durch −0,2 teilen, p-q-Formel, Lösungen prüfen

a) $f(x) = 0$:

$f(x)$	$= -0{,}2x^2 + 1{,}2x + 1{,}4$	| $f(x) = 0$ setzen
0	$= -0{,}2x^2 + 1{,}2x + 1{,}4$	| $: (-0{,}2)$
0	$= x^2 - 6x - 7$	| $p = -6;\ q = -7$ einsetzen
$x_{1,2}$	$= 3 \pm \sqrt{(9 + 7)}$	| zusammenfassen
$x_{1,2}$	$= 3 \pm 4$	
x_1	$= -1;\ x_2 = 7$	| $x_1 < 0$ nicht sinnvoll

b) $f(x) = 3$:

$f(x)$	$= -0{,}2x^2 + 1{,}2x + 1{,}4$	| $f(x) = 3$ setzen
3	$= -0{,}2x^2 + 1{,}2x + 1{,}4$	| $- 3$
0	$= -0{,}2x^2 + 1{,}2x - 1{,}6$	| $: (-0{,}2)$
0	$= x^2 - 6x + 8$	| $p = -6;\ q = 8$ einsetzen
$x_{1,2}$	$= 3 \pm \sqrt{(9 - 8)}$	| zusammenfassen
$x_{1,2}$	$= 3 \pm 1$	
x_1	$= 2;\ x_2 = 4$	

Antwort: a) Der Strahl trifft 7 m von der Düse entfernt auf das Wasser. b) In 2 m und in 4 m Entfernung ist der Strahl 3 m hoch (beim Aufsteigen und beim Fallen).

4 Anhalteweg 70 m: s(x) = 0,01x² + 0,3x

Gegeben: s(x) = 0,01x² + 0,3x (x in km/h, s(x) in m) **Gesucht:** x mit s(x) = 70
Ansatz: s(x) = 70 setzen, durch 0,01 teilen, p-q-Formel

a) s(x) = 70:

s(x)	= 0,01x² + 0,3x	| s(x) = 70 setzen
70	= 0,01x² + 0,3x	| − 70
0	= 0,01x² + 0,3x − 70	| : 0,01
0	= x² + 30x − 7000	| p = 30; q = −7000 einsetzen
$x_{1,2}$	= −15 ± √(225 + 7000)	| zusammenfassen
$x_{1,2}$	= −15 ± 85	
x_1	= −100; x_2 = 70	| x_1 < 0 nicht sinnvoll

Antwort: a) Bis 70 km/h kommt das Auto vor dem Hindernis zum Stehen (bei genau 70 km/h ist der Anhalteweg genau 70 m).

b) $x_1 = -100$ wäre eine negative Geschwindigkeit. Die Formel beschreibt nur Fahrten mit x ≥ 0, also hat diese Lösung keine Bedeutung – sie wird verworfen.

5 Ball über den Zaun: f(x) = −0,25x² + 2x + 1

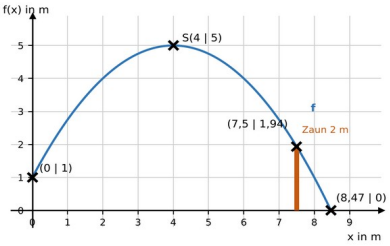
Gegeben: f(x) = −0,25x² + 2x + 1 (x und f(x) in m); Zaun: 2 m hoch, 7,5 m entfernt **Gesucht:** a) x mit f(x) = 0; b) f(7,5) mit 2 vergleichen
Ansatz: a) f(x) = 0 setzen, durch −0,25 teilen, p-q-Formel; b) x = 7,5 einsetzen

a) f(x) = 0:

f(x)	= −0,25x² + 2x + 1	| f(x) = 0 setzen
0	= −0,25x² + 2x + 1	| : (−0,25)
0	= x² − 8x − 4	| p = −8; q = −4 einsetzen
$x_{1,2}$	= 4 ± √(16 + 4)	| zusammenfassen
$x_{1,2}$	= 4 ± √20 ≈ 4 ± 4,47	
x_1	= ≈ −0,47; x_2 ≈ 8,47	| x_1 < 0 nicht sinnvoll

b) f(7,5) berechnen:

f(x)	= −0,25x² + 2x + 1	| x = 7,5 einsetzen
f(7,5)	= −0,25 · 7,5² + 2 · 7,5 + 1	
	= −14,0625 + 15 + 1 = 1,9375	



Antwort: a) Ohne Zaun fliegt der Ball etwa 8,47 m weit. b) In 7,5 m Entfernung ist der Ball nur etwa 1,94 m hoch, der Zaun ist 2 m hoch: Der Ball fliegt knapp nicht über den Zaun.

6 Flugbahn f(x) = a · x² + 2x, Landepunkt 10 m

Gegeben: f(x) = a · x² + 2x; f(10) = 0 **Gesucht:** a) a; b) größte Höhe; c) Höhe 6 m erreicht?
Ansatz: a) x = 10 und f(10) = 0 einsetzen; b) Scheitelpunkt in der Mitte zwischen den Nullstellen; c) f(x) = 6 setzen, D prüfen

a) a bestimmen:

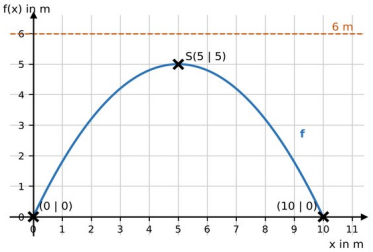
f(x)	= a · x² + 2x	| x = 10, f(10) = 0 einsetzen
0	= a · 100 + 20	| − 20
−20	= 100a	| : 100
a	= −0,2	

b) größte Höhe: Scheitelpunkt bei x = 5 (Mitte von 0 und 10):

f(x)	= −0,2x² + 2x	| x = 5 einsetzen
f(5)	= −0,2 · 25 + 10 = 5	

c) f(x) = 6:

6	= −0,2x² + 2x	| − 6
0	= −0,2x² + 2x − 6	| : (−0,2)
0	= x² − 10x + 30	| D berechnen
D	= (p/2)² − q	| p = −10; q = 30 einsetzen
D	= (−5)² − 30 = −5	| D < 0: keine Lösung



Antwort: a) a = −0,2, also f(x) = −0,2x² + 2x. b) Der Ball fliegt höchstens 5 m hoch, S(5 | 5). c) D < 0: Die Gleichung f(x) = 6 hat keine Lösung, 6 m werden nicht erreicht.