KOPERNIKUS OBERSCHULE	**Mathematik 11**	Name: Datum:

Schnittpunkte von Gerade und Parabel

Merke: Schnittpunkte von Gerade und Parabel

1. Gleichsetzen: f(x) = g(x) – an einem Schnittpunkt haben beide Funktionen denselben Funktionswert.
2. Alles auf eine Seite bringen und lösen (p-q-Formel, Ausklammern oder Wurzelziehen) ⇒ Schnittstellen x_1, x_2.
3. Jede Schnittstelle in g(x) (oder f(x)) einsetzen ⇒ Schnittpunkte (x | f(x)).

D > 0 ⇒ zwei Schnittpunkte	**D = 0** ⇒ ein Berührpunkt	**D < 0** ⇒ kein gemeinsamer Punkt

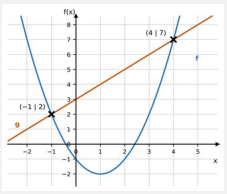
Beispiele

B1 Schnittpunkte berechnen

Aufgabe: Berechnen Sie die Schnittpunkte von $f(x) = x^2 - 2x - 1$ und $g(x) = x + 3$.
Gegeben: $f(x) = x^2 - 2x - 1$; $g(x) = x + 3$ **Gesucht:** Schnittpunkte
Ansatz: f(x) = g(x) setzen, p-q-Formel, x in g(x) einsetzen

Schnittstellen:

$f(x) = g(x)$ | Terme einsetzen
$x^2 - 2x - 1 = x + 3$ | − x
$x^2 - 3x - 1 = 3$ | − 3
$x^2 - 3x - 4 = 0$
$\Rightarrow p = -3;\ q = -4$
$x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$ | p = −3 und q = −4 einsetzen
$x_{1,2} = 1{,}5 \pm \sqrt{2{,}25 + 4}$ | zusammenfassen
$x_{1,2} = 1{,}5 \pm 2{,}5$
$x_1 = -1;\ x_2 = 4$



Funktionswerte:

$g(x) = x + 3$ | x = −1 einsetzen
$g(-1) = -1 + 3 = 2$
$g(x) = x + 3$ | x = 4 einsetzen
$g(4) = 4 + 3 = 7$

Antwort: Die Graphen schneiden sich in (−1 | 2) und (4 | 7).

B2 Wie viele gemeinsame Punkte?

Aufgabe: Wie viele gemeinsame Punkte hat $f(x) = x^2 + 1$ mit g(x) = 2x und mit h(x) = x − 1?
Gegeben: $f(x) = x^2 + 1$; g(x) = 2x; h(x) = x − 1 **Gesucht:** Anzahl der gemeinsamen Punkte
Ansatz: gleichsetzen, auf Normalform bringen, D berechnen

f(x) = g(x):

$x^2 + 1 = 2x$ | − 2x
$x^2 - 2x + 1 = 0$
$\Rightarrow p = -2;\ q = 1$
$D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q$ | p = −2 und q = 1 einsetzen
$D = (-1)^2 - 1 = 0$ | D = 0
$x = -\frac{p}{2} = 1$ | p = −2 einsetzen

f(x) = h(x):

$x^2 + 1 = x - 1$ | − x
$x^2 - x + 1 = -1$ | + 1
$x^2 - x + 2 = 0$
$\Rightarrow p = -1;\ q = 2$
$D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q$ | p = −1 und q = 2 einsetzen
$D = (-0{,}5)^2 - 2$
$D = -1{,}75$ | D < 0

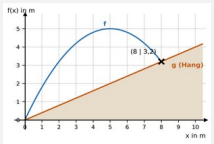
Antwort: g berührt die Parabel bei x = 1 in (1 | 2), denn g(1) = 2; h hat keinen gemeinsamen Punkt.

B3 Ball am Hang

Aufgabe: Ein Ball wird am Fuß eines Hangs abgeschlagen: Flugbahn $f(x) = -0{,}2x^2 + 2x$, Hang g(x) = 0,4x (x: waagerechte Entfernung in m, f(x), g(x): Höhe in m). Wo trifft der Ball auf den Hang?
Gegeben: $f(x) = -0{,}2x^2 + 2x$; g(x) = 0,4x **Gesucht:** Schnittpunkt mit x > 0
Ansatz: f(x) = g(x) setzen, ohne Absolutglied ⇒ x ausklammern, x in g(x) einsetzen

$-0{,}2x^2 + 2x = 0{,}4x$ | − 0,4x
$-0{,}2x^2 + 1{,}6x = 0$ | x ausklammern
$x \cdot (-0{,}2x + 1{,}6) = 0$ | Satz vom Nullprodukt
$x_1 = 0$ oder $-0{,}2x + 1{,}6 = 0$ | − 1,6
$-0{,}2x = -1{,}6$ | : (−0,2)
$x_2 = 8$

$g(x) = 0{,}4x$ | x = 8 einsetzen
$g(8) = 0{,}4 \cdot 8 = 3{,}2$



Antwort: Der Ball trifft in (8 | 3,2) auf den Hang ($x_1 = 0$ ist der Abschlagpunkt).

Mitmachen

a) Berechnen Sie die Schnittpunkte von $f(x) = x^2 - 4x + 5$ und g(x) = x + 1.

b) Wie viele gemeinsame Punkte haben $f(x) = x^2 + 3$ und g(x) = 2x + 1?

Übungen

★ **1** Berechnen Sie die Schnittpunkte der Graphen von f und g.

a) $f(x) = x^2$; $g(x) = x + 2$ b) $f(x) = x^2 - 3$; $g(x) = 2x$ c) $f(x) = x^2 + 2x$; $g(x) = 2x + 9$

★ **2** Bestimmen Sie mit der Diskriminante, wie viele gemeinsame Punkte die Graphen haben.

a) $f(x) = x^2 - 2x + 3$; $g(x) = 2x - 1$ b) $f(x) = x^2 + x$; $g(x) = -x - 2$ c) $f(x) = x^2 - 1$; $g(x) = 3x + 3$

★★ **3** Gegeben sind $f(x) = 0{,}5x^2 - 2$ und $g(x) = x + 2$.

a) Zeichnen Sie beide Graphen für $-3 \le x \le 5$ in ein Koordinatensystem (1 Kästchen = 1 Einheit) und lesen Sie die Schnittpunkte ab.

b) Berechnen Sie die Schnittpunkte und vergleichen Sie mit a).

★★ **4** Tom berechnet die Schnittpunkte von $f(x) = x^2 + 1$ und $g(x) = 2x + 4$. Er erhält $x^2 - 2x - 3 = 0$, also $x_1 = -1$ und $x_2 = 3$, und schreibt: „Die Schnittpunkte sind $(-1 \mid 0)$ und $(3 \mid 0)$." Finden Sie den Fehler und geben Sie die richtigen Schnittpunkte an.

★★ **5** Ein Golfball wird am Fuß eines Hangs abgeschlagen. Seine Flugbahn ist $f(x) = -0{,}1x^2 + 2x$, der Hang wird beschrieben durch $g(x) = 0{,}5x$ (x: waagerechte Entfernung in m, f(x), g(x): Höhe in m).

a) In welcher Entfernung und in welcher Höhe trifft der Ball auf den Hang?

b) Wie hoch fliegt der Ball bei $x = 5$ über dem Hang?

★★★ **6** Gegeben sind die Parabel $f(x) = x^2 + 4$ und die Geraden $g(x) = m \cdot x$ durch den Ursprung.

a) Bestimmen Sie m so, dass die Gerade die Parabel genau berührt. Geben Sie die Berührpunkte an.

b) Für welche Werte von m haben Gerade und Parabel keinen gemeinsamen Punkt?